Bac S Liban 2013 EXERCICE I : LE RUGBY, SPORT DE CONTACT ET D'ÉVITEMENT (9 points)

Le rugby est un sport d'équipe qui s'est développé dans les pays anglo-saxons à la fin du XIX^{ème} siècle.
Pour simplifier l'étude, les joueurs et le ballon seront supposés ponctuels.
Les parties 1 et 2 sont indépendantes.

1. Le rugby, sport de contact

Document 1 : le plaquage
Il y a « plaquage » lorsqu'un joueur porteur du ballon, sur ses pieds dans le champ de jeu, est simultanément tenu par un ou plusieurs adversaires, qu'il est mis au sol et/ou que le ballon touche le sol. Ce joueur est appelé « joueur plaqué ».
D'après http://www.francerugby.fr/

Un joueur A de masse m_A = 115 kg et animé d'une vitesse v_A = 5,0 m.s^{-1} est plaqué par un joueur B de masse m_B = 110 kg et de vitesse négligeable.

1.1. Dans quel référentiel les vitesses sont-elles définies ?

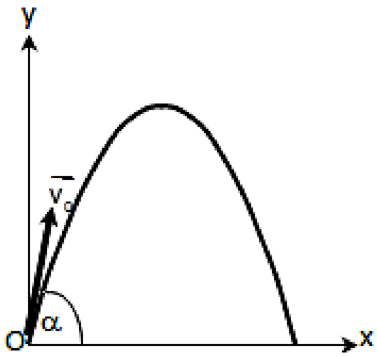
1.2. On suppose que l'ensemble des deux joueurs est un système isolé.
Exprimer, en justifiant le raisonnement, la vitesse des deux joueurs liés après l'impact puis calculer sa valeur.

2. Le rugby, sport d'évitement.

Document 2 : La chandelle
Au rugby, une « chandelle » désigne un coup de pied permettant d'envoyer le ballon en hauteur par-dessus la ligne de défense adverse. L'objectif pour l'auteur de cette action est d'être au point de chute pour récupérer le ballon derrière le rideau défensif.
D'après http://www.francerugby.fr/

On se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen.
Le champ de pesanteur terrestre est considéré uniforme, de valeur g = 9,81 N.kg^{-1}.
On négligera toutes les actions dues à l'air.
Le joueur A est animé d'un mouvement une rectiligne uniforme de vecteur vitesse $\overrightarrow{v_1}$.
Afin d'éviter un plaquage, il réalise chandelle au-dessus de son adversaire.
On définit un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$:
- origine : position initiale du ballon ;
- vecteur unitaire $\vec{i}$ de même direction et de même sens que $\overrightarrow{v_1}$;
- vecteur unitaire $\vec{j}$ vertical et vers le haut.

À l'instant t = 0 s, le vecteur vitesse du ballon fait un angle α égal à 60° avec l'axe $\overrightarrow{Ox}$ et sa valeur est v_0 = 10,0 m.s^{-1}.
Le graphique ci-dessous représente la trajectoire du ballon dans le repère choisi.



2.1. Étude du mouvement du ballon.

2.1.1. Établir les coordonnées a_x et a_y du vecteur accélération du point M représentant le ballon.

2.1.2. Montrer que les équations horaires du mouvement du point M sont : $x(t) = (v_0 \,.\, \cos\alpha).t$ et $y(t) = -\frac{1}{2}.g.t^2 + (v_0 \,.\, \sin\alpha).t$

2.1.3 .En déduire l'équation de la trajectoire du point M : $y = -\frac{g}{2(v_0.\cos\alpha)^2}.x^2 + (\tan\alpha).x$

2.1.4. Le tableau de **l'ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE** rassemble les représentations graphiques de l'évolution dans le temps des grandeurs x, y, v_x et v_y, coordonnées des vecteurs position et vitesse du point M.
Dans le tableau de **l'ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE**, écrire sous chaque courbe l'expression de la grandeur qui lui correspond et justifier.

2.2. Une « chandelle » réussie

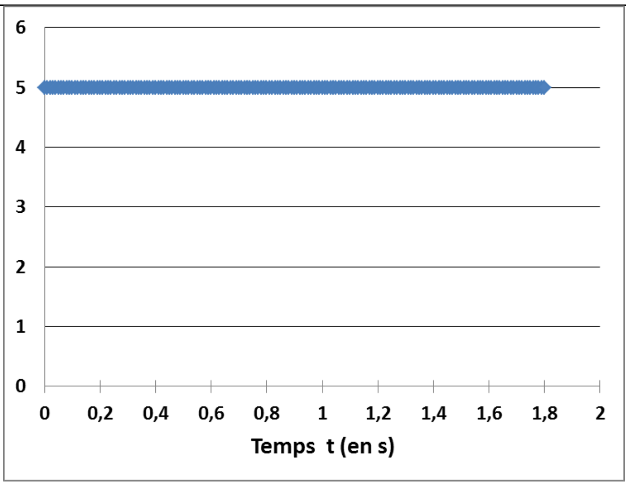
2.2.1. Déterminer par le calcul le temps dont dispose le joueur pour récupérer le ballon avant que celui-ci ne touche le sol.
Vérifier la valeur obtenue en faisant clairement apparaître la réponse sur l'un des graphes du tableau de **l'ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE**.

2.2.2. Déterminer de deux manières différentes la valeur de la vitesse v_1 du joueur pour que la chandelle soit réussie.

ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE

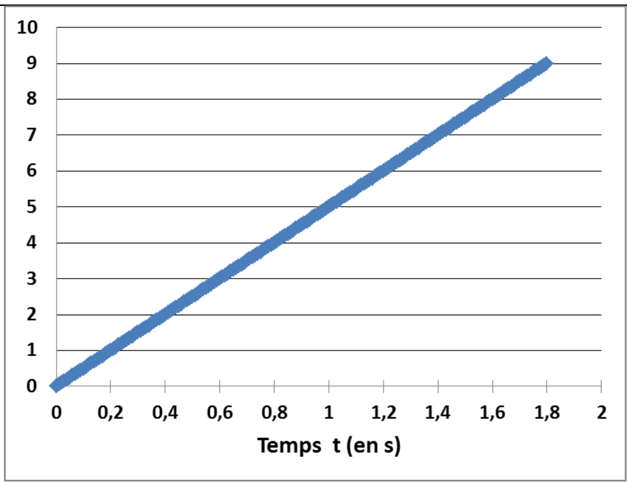
EXERCICE I - SUITE : LE RUGBY, SPORT DE CONTACT ET D'ÉVITEMENT (9 points)

Tableau rassemblant les représentations graphiques de l'évolution dans le temps des grandeurs x, y, v_x et v_y.



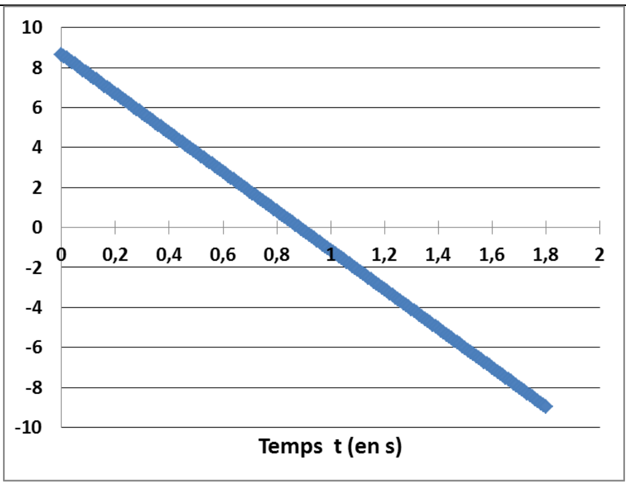
Équation :

Justification :



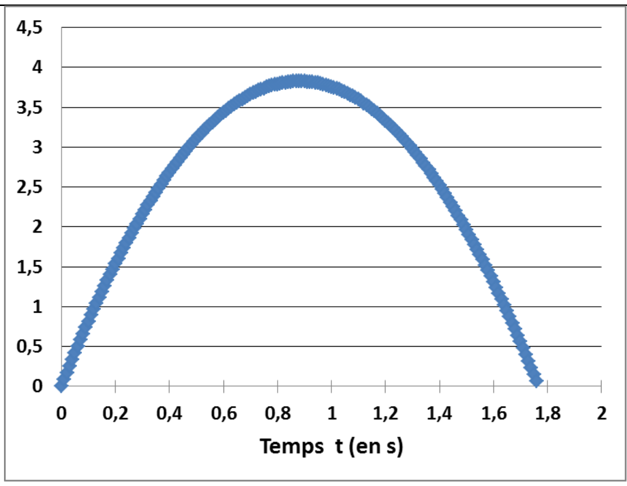
Équation :

Justification :



Équation :

Justification :



Équation :

Justification :

Bac S Liban 2013. Correction. LE RUGBY, SPORT DE CONTACT ET D'ÉVITEMENT (9 points)

1. Le rugby, sport de contact

1.1.Dans quel référentiel les vitesses sont-elles définies ? (0,25 pt) Ces vitesses sont définies dans le référentiel terrestre.

1.2. On suppose que l'ensemble des deux joueurs est un système isolé.
Exprimer, en justifiant le raisonnement, la vitesse des deux joueurs liés après l'impact puis calculer sa valeur.
(0,25 pt) Puisque le système S {joueur A + joueur B}est isolé , il y a conservation de la quantité de mouvement.
Quantité de mouvement avant l'impact = quantité de mouvement après l'impact.

$\overrightarrow{p_{i,avant}} = \overrightarrow{p_{f\,après}}$ Or $\overrightarrow{p_{i,avant}} = m_A.\vec{v}_A + \vec{0}$ et $\overrightarrow{p_{f,après}} = (m_A + m_B).\vec{v}_S$ donc : $m_A.\vec{v}_A = (m_A + m_B).\vec{v}_S$ ⇒

(0,5 pt) $\vec{v}_S = \frac{m_A}{m_A + m_B}\,\vec{v}_A$. En valeur : $v_S = \frac{m_A}{m_A + m_B}\,v_A$. A.N. : **(0,5 pt)** $v_S = \frac{115}{115+110}.5,0 = 2,6\ m.s^{-1}$.

2. Le rugby, sport d'évitement.

Le joueur A est animé d'un mouvement une rectiligne uniforme de vecteur vitesse $\vec{v_1}$. Afin d'éviter un plaquage, il réalise chandelle au-dessus de son adversaire. À l'instant t = 0 s, le vecteur vitesse du ballon fait un angle α égal à 60° avec l'axe $\overrightarrow{Ox}$ et sa valeur est v_0 = 10,0 m.s^{-1}. Le graphique ci-dessous représente la trajectoire du ballon dans le repère choisi.

2.1.Étude du mouvement du ballon.

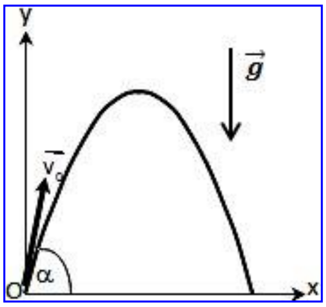
2.1.1.Établir les coordonnées a_x et a_y du vecteur accélération du point M représentant le ballon.

0 ,25 pt Système : { le ballon de masse 'm'}
Référentiel : Référentiel terrestre supposée galiléen.
Forces extérieures appliquée au solide : Unique force considérée : poids $\vec{P}$ du ballon selon la verticale vers le bas ;

0,5 pt On applique **la seconde loi de Newton ou principe fondamental de la dynamique** s'écrit: $\sum\overrightarrow{F_{ext}} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

La masse ne variant pas au cours du mouvement on peut la sortir de la dérivée: $\sum\overrightarrow{F_{ext}} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m.\frac{d(\vec{v})}{dt} = m.\vec{a}$

0,25 pt soit $\vec{P} = m.\vec{a}$ soit $m.\vec{g} = m.\vec{a}$. On simplifie par m : On obtient : $\vec{a} = \vec{g}$. **Il s'agit d'une chute libre.**



Projetons la relation vectorielle : $\vec{a} = \vec{g}$ dans le repère (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$).

0,5 pt $\vec{a}\left|\begin{array}{l} a_x = \frac{dV_x}{dt} = 0 \\ a_y = \frac{dV_y}{dt} = -g \end{array}\right.$

2.1.2 Equations horaires du mouvement du point M sont :

• **1 pt** On a $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ donc $\boxed{\vec{v}\left|\begin{array}{l} v_x = \frac{dx}{dt} = C_1 \\ v_y = \frac{dy}{dt} = -g.t + C_2 \end{array}\right.}$ où C_1 et C_2 sont des constantes d'intégration qui dépendent des conditions initiales.

Or $\vec{v}(t=0) = \vec{v_0}$ avec $\left|\begin{array}{l} v_{0x} = v_0.\cos\alpha \\ v_{0y} = v_0.\sin\alpha \end{array}\right.$ donc $\left\{\begin{array}{l} C_1 = v_0.\cos\alpha \\ C_2 = v_0.\sin\alpha \end{array}\right.$ donc $\boxed{\vec{v}\left|\begin{array}{l} v_x = v_0.\cos\alpha \\ v_y = -g.t + v_0.\sin\alpha \end{array}\right.}$

• Et $\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$ donc $\overrightarrow{OM}\left|\begin{array}{l} x(t) = (v_0.\cos\alpha)\,t + C_3 \\ y(t) = -g.t + (v_0.\sin\alpha)\,t + C_4 \end{array}\right.$ où C_2 et C_3 sont des constantes d'intégration qui dépendent des conditions initiales : $C_3 = x_0 = 0$ et $C_4 = y_0 = 0$.

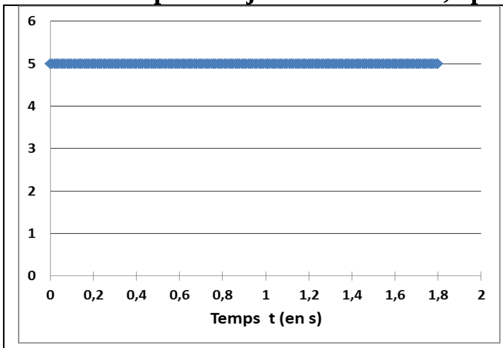
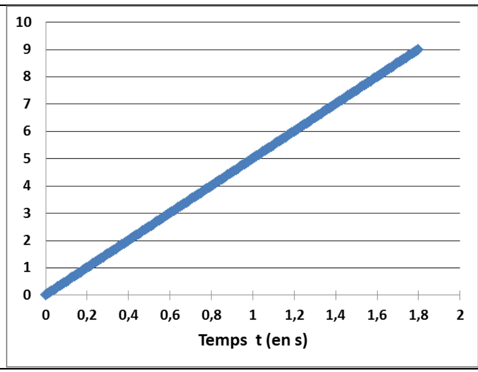
Finalement : **0,5 pt** $\boxed{\overrightarrow{OM}\left|\begin{array}{l} x(t) = v_0.(\cos\alpha).t \\ y(t) = -\frac{1}{2}g.t^2 + v_0.(\sin\alpha).t \end{array}\right.}$ **Ce sont les équations horaires paramétriques du mouvement.**

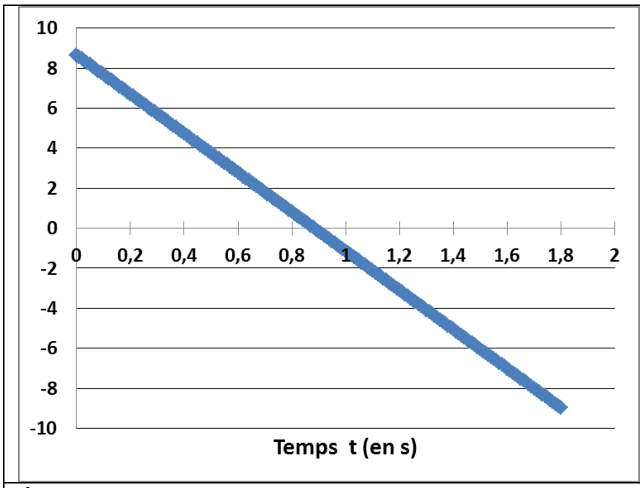
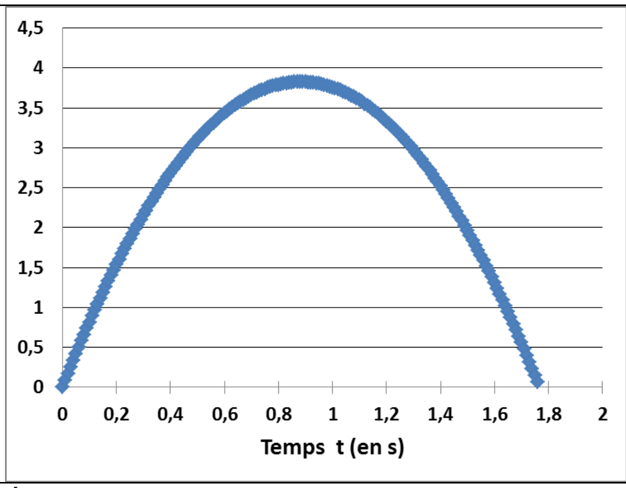
2.1.3.En déduire l'équation de la trajectoire du point M : $y = -\frac{g}{2(v_0.\cos\alpha)^2}.x^2 + (\tan\alpha).x$

0,25 pt. De l'équation horaire de x, on obtient $t = \frac{x}{V_0\cos\alpha}$. On remplace t dans l'équation en y. On obtient :

$$y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x^2}{V_0^2\cos^2\alpha}\right) + .V_0(\sin\alpha)\frac{x}{V_0\cos\alpha} \text{ t soit } \boxed{y = -\frac{g}{2(v_0.\cos\alpha)^2}.x^2 + (\tan\alpha).x}$$

2.1.4. Dans le tableau de l'ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE, écrire sous chaque courbe l'expression de la grandeur qui lui correspond et justifier. 4 x 0,5 points

<table>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Équation : $v_x(t) = v_0.\cos\alpha$
Justification : Fonction constante. Le graphe est une droite horizontale. Seule la composante v_x est constante au cours du temps.</td><td>Équation : $x(t) = v_0.\cos\alpha.t$. Fonction linéaire.
Justification : le graphe est une droite passant par l'origine. Seule la composante x(t) est une fonction linéaire du temps.</td></tr>
</table>

	
Équation : $\mathbf{v_y(t) = -g.t + v_0.\sin\alpha}$. **Fonction affine.** Justification : le graphe est une droite décroissante, donc son coefficient directeur est négatif. Seule la composante v_y est une fonction affine avec un coefficient directeur négatif (– g).	Équation : $\mathbf{y(t) = -½.g.t^2 + v_0.\sin\alpha.t}$. **Parabole.** Justification : le graphe est une parabole de concavité tournée vers le bas. Seule la composante y(t) est une fonction parabolique du temps.

2.2. Une « chandelle » réussie

2.2.1. Déterminer par le calcul le temps dont dispose le joueur pour récupérer le ballon avant que celui-ci ne touche le sol.
Vérifier la valeur obtenue en faisant clairement apparaître la réponse sur l'un des graphes du tableau de **l'ANNEXE À** RENDRE AVEC LA COPIE.

.**<u>0,5 point.</u>** Lorsque le ballon touche le sol, y(t) = 0

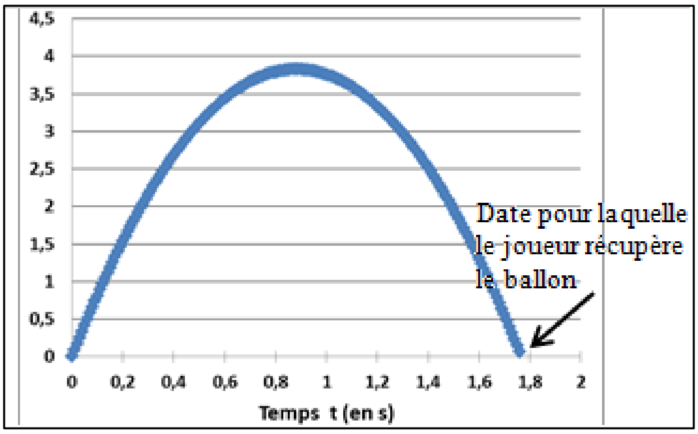
$\mathbf{-\frac{1}{2}g.t^2 + v_0.(\sin\alpha).t = 0}$ donc : $\mathbf{t\,(-\frac{1}{2}g.t + v_0.\sin\alpha) = 0}$.

La solution t = 0 correspond au moment où le ballon est frappé par le rugbyman à l'origine du repère. La solution $\mathbf{-\frac{1}{2}g.t + v_0.\sin\alpha = 0}$ correspond à la date pour laquelle le joueur récupère le ballon : soit $\mathbf{\frac{1}{2}g.t = v_0.\sin\alpha}$

D'où : $t = \frac{2.v_0.\sin\alpha}{g}$

<u>0,25 pt :</u> $\mathbf{t = \frac{2 \times 10 \times \sin(60°)}{g} = 1{,}8\ s.}$

<u>0,5 point.</u> Graphiquement : On vérifie bien sur le graphe y(t) la valeur obtenue par calcul :



2.2.2. **<u>Déterminer de deux manières différentes la valeur de la vitesse v_1 du joueur pour que la chandelle soit réussie.</u>**

Méthode 1 : **(0,5pt)** pour que la chandelle soit réussie, la vitesse v_1 du joueur doit être égale à la composante horizontale v_x de la vitesse du ballon soit :

$v_1 = v_0.\cos\alpha$

$v_1 = 10{,}0 \times \cos(60) = \mathbf{5{,}0\ m.s^{-1}}$

Méthode 2 : (0,5pt) pendant la durée t = 1,8 s du vol du ballon, le joueur parcourt la distance d = x (pour t = 1,8 s) :

$x(t) = v_0.\cos\alpha.t$

$d = 10{,}0 \times \cos(60) \times 1{,}8 = 9{,}0$ m

La vitesse v_1 du joueur est alors : $v_1 = \frac{d}{t}$ soit : $v_1 = \frac{9{,}0}{1{,}8} = \mathbf{5{,}0\ m.s^{-1}}$.