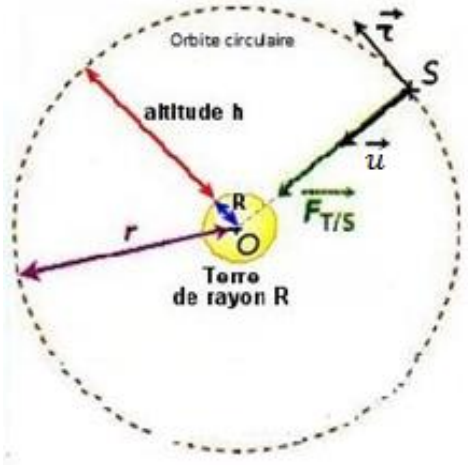
Bac S Amérique du nord 2013. STATION SPATIALE ISS (6,5 points) CORRECTION

Partie A : Étude du mouvement de la station spatiale ISS

1. (0,25 pt) Schéma : L'expression vectorielle de la force gravitationnelle (0,25 pt)

Système S : {La station ISS}. Référentiel géocentrique supposé galiléen.



$\overrightarrow{F_{T/S}}$: force d'attraction gravitationnelle exercée par la Terre T sur la station S :

$\overrightarrow{F_{T/S}}$ = G. $\frac{m.M}{d^2}$.$\vec{u}$ avec d = R_T + h

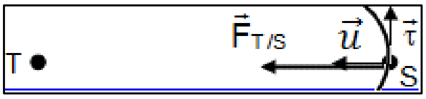
.**2.** Le système {station ISS} est étudié dans le référentiel géocentrique supposé galiléen.

(0,25 pt) La station n'est soumise qu'à la force gravitationnelle $\vec{F}_{T/S}$. La masse m de la station étant constante, la deuxième loi de Newton s'écrit :

$\sum\overrightarrow{F_{ext}} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$ = m. $\frac{d(\vec{v})}{dt}$ **= m.$\vec{a}$** En posant d_{TS} = R + h , il vient $\frac{G.M_T}{(R+h)^2}.\vec{u}$ **= m.$\vec{a}$**

(0,25 pt) Finalement : $\vec{a}$ = $\boxed{\vec{a} = \frac{G.M_T}{(R+h)^2}.\vec{u}}$.

3.1. (1 pt) Dans le repère de de Frenet (S, $\vec{u}$, $\vec{\tau}$) :



Le vecteur accélération s'écrit $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \overrightarrow{a_T} + \overrightarrow{a_n}$

Or la force gravitationnelle est centripète donc $\mathbf{a_T}$ **= 0 or a_T = $\frac{dv}{dt}$ donc $\frac{dv}{dt}$ = 0** donc v = cte : le mouvement circulaire du satellite est donc uniforme. Le satellite ne subit qu'une accélération normale : $a_n = \frac{v^2}{R+h}$. Donc $a_n = \frac{G.M_T}{(R+h)^2} = \frac{v^2}{R+h}$ soit en simplifiant : $\frac{G.M_T}{R+h} = v^2$ soit finalement $\boxed{v = \sqrt{\frac{G.M}{R+h}}}$:

3.2. (0,25 pt) On convertit R + h en m : v = $\sqrt{\frac{6{,}67.10^{-11} * 5{,}98.10^{24}}{6380.10^3+400.10^3}}$ = **7,67×10³ m.s⁻¹** = 7,67 km.s⁻¹.

4. (0,5 pt) T : période de révolution de la station autour de la Terre. Or le mouvement est circulaire et uniforme de rayon R + h , donc **(0,25 pt)** $T = \frac{circonférence}{v} = \frac{2\pi(R+h)}{v}$ A.N. : **T = 2π** $\frac{6380.10^3 + 400.10^3}{7{,}67.10^3}$ = **<u>5,56×10³ s = 1,54 h</u>**

(0,25 pt) Le nombre n de révolutions de la station en Δt = 24 h est n = $\frac{\Delta t}{T}$. A.N. : n = $\frac{24}{1{,}54}$ = 15,6. Un astronaute à bord de la station ISS fait **plus de 15 fois** le tour de la Terre en 24 h.

Partie B : Ravitaillement de la station ISS

1. Modèle simplifié du décollage

1.1. Modèle simplifié du décollage : (1,5 pt). Montrons que : $\vec{v}_f = -\frac{m_g}{m_f}\vec{v}_g$

Le système S = {fusée + gaz} étant supposé isolé, la quantité de mouvement $\overrightarrow{p_S}$ du système se conserve au cours du temps.
Entre les dates t = 0 et t = 1 s on a donc : **$\overrightarrow{p_S}$ (t =0 s) = $\overrightarrow{p_S}$ (t =1 s)** . Initialement le système est immobile donc
$\overrightarrow{p_S}$ (t =0 s) = $\vec{0}$ d'où **$\vec{0}$ = $\overrightarrow{p_f}$ + $\overrightarrow{p_g}$** soit **$\vec{0}$ = m_f $\overrightarrow{v_f}$ + m_g $\overrightarrow{v_g}$** donc finalement : $\boxed{\overrightarrow{v_f} = -\frac{m_g}{m_f}.\overrightarrow{v_g}}$

Lors du décollage, les gaz sont éjectés vers le bas. La relation précédente montre que la fusée est alors propulsée vers le haut. Il s'agit d'un exemple de mode de propulsion par réaction.

1.2. Après avoir montré numériquement que la variation de la masse de la fusée est négligeable au bout d'une seconde après le décollage, calculer la valeur de la vitesse de la fusée à cet instant..

Donnée : Débit d'éjection des gaz au décollage : D = 2,9 x 10³ kg.s⁻¹

Entre les dates t = 0 et t = 1 s, la variation de masse |Δm| de la fusée est due à l'éjection de gaz qui a lieu avec un débit D.
La masse m_g des gaz éjectés s'écrit m_g = D.Δt. Donc **|Δm| = D.Δt.**
Le débit d'éjection des gaz est : D = $\frac{|\Delta m|}{\Delta t}$. Donc |Δm| = D.Δt. Pour Δt = 1 s on a : |Δm| = 2,9×10³×1 = 2,9×10³ kg ≈ 3 t.
La masse de gaz éjectés en 1 s est de 3 tonnes, alors que la masse de la fusée est m_f = 7,8.10² tonnes.
Le pourcentage de gaz éjecté est donc : $\frac{|\Delta m|}{m_f} = \frac{2{,}9}{7{,}8.10^2}$ = = 3,7×10⁻³ soit 0,37% ≈ 0,4 % : ce pourcentage est très faible.
(0,25 pt) La variation de masse |Δm| de la fusée au bout d'une seconde après le décollage est inférieure à 1 % de la masse initiale m_{fi} de la fusée : elle est donc négligeable.

Calculons la valeur de la vitesse de la fusée à cet instant. La vitesse d'éjection des gaz étant : v_g = 4,0 km.s⁻¹

On avait : $\boxed{\overrightarrow{v_f} = -\frac{m_g}{m_f}.\overrightarrow{v_g}}$ En valeur : $\mathbf{v_f = \frac{m_g}{m_f}.v_g}$. En laissant les masses en tonnes et la vitesse en km.s⁻¹, il vient :
$v_f = \frac{2{,}9}{7{,}8.10^2}$. 4,0 = 1,5×10⁻² km.s⁻¹ soit **(0,25 pt)** v_f = 1,5×10⁻² km.s⁻¹ = **15 m.s⁻¹.**

2. Étude plus réaliste du décollage

2.1. En réalité la vitesse v_f est très inférieure à celle calculée à la question 1.2.
En supposant que le système (fusée + gaz) est isolé, quelle force n'aurait –on dû pas négliger ?

(0,25 pt) Si la vitesse est en réalité très inférieure à celle calculée, c'est que le système n'est pas isolé. Le système {fusée + gaz} subit la force poids qui le ralentit fortement la fusée (et dans une moindre mesure la force de frottement de l'air).

2.2. On considère désormais le système {fusée}. Il est soumis à son poids $\vec{P}$ et à la force de poussée $\vec{F}$ définie par $\vec{F}$ = - D x $\vec{v}_g$ où D est la masse de gaz éjecté par seconde.

2.2.1. Montrer que le produit (D x v_g) est homogène à une force.

(0,25 pt) D s'exprime en kg.s⁻¹. v_g s'exprime en m.s⁻¹. Donc D.v_g s'exprime en **kg.s⁻¹.m.s⁻¹ = kg.m.s⁻²**.
Le produit D.v_g est donc homogène à une masse (kg) multipliée par une accélération (m.s⁻²).
La deuxième loi de Newton $\Sigma\,\overrightarrow{F_{ext}} = m.\,\vec{a}$ permet de conclure que le produit D.v_g est homogène à une force.

2.2.2. Vérifier par une application numérique que la fusée peut effectivement décoller.

La fusée peut décoller si la valeur F de la force de poussée $\vec{F} = -D\cdot\vec{v}_g$ est supérieure à la valeur P du poids $\vec{P}$ de la fusée :
P = m_f.g **(0,25 pt)** soit P = 7,8×10⁵×9,78 = 7,6×10⁶ N (convertir m_f en kg).
F = D.v_g **(0,25 pt)** soit F = 2,9×10³×4,0×10³ = 12×10⁶ N. **(0,25 pt)** Comme F > P, la fusée peut décoller.