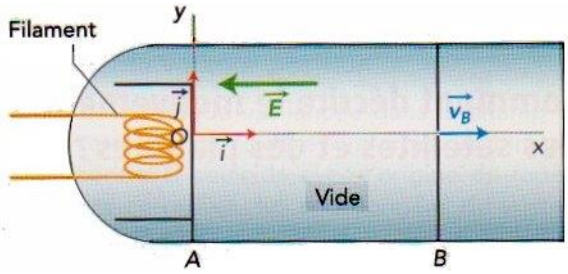
Ch.6. Exercice corrigé p : 174 n°17. APPLICATION DES LOIS DE NEWTON

Exercice p : 174 n°17. Etude du canon à électrons.

Étude du canon à électrons Compétences : Raisonner; calculer.



Un canon à électrons est constitué d'un filament qui, lorsqu'il est porté à haute température, émet des électrons de vitesse initiale négligeable.
Ces électrons sont ensuite accélérés à l'intérieur d'un condensateur plan dont les armatures A et B sont verticales et entre lesquelles règne un champ électrostatique uniforme de valeur E.
On négligera le poids de l'électron devant la force électrostatique. Le référentiel est supposé galiléen.

1. a. Déterminer les coordonnées du vecteur accélération $\vec{a}$ et du vecteur vitesse $\vec{V}$ de l'électron au cours du mouvement entre les plaques A et B. On choisira le repère (O; $\vec{\imath}$,$\vec{\jmath}$) indiqué sur le schéma.

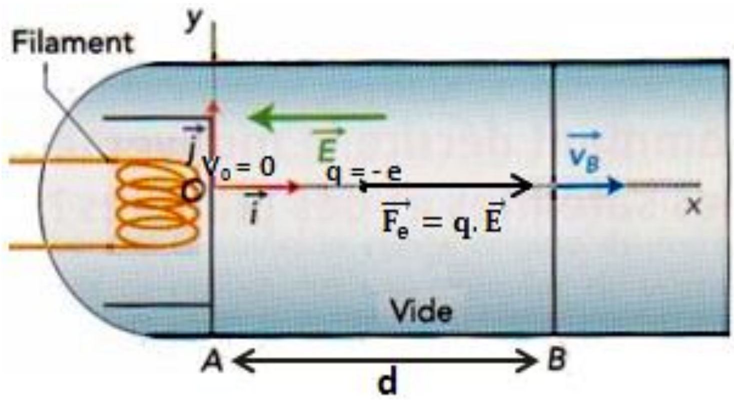
1. b. En déduire l'expression de la valeur de sa vitesse à chaque instant.

2.Établir les équations horaires de son mouvement.

3.a. Montrer que l'expression de la vitesse de l'électron lorsqu'il parvient à la plaque *B* du condensateur est : $v_B = \sqrt{\dfrac{e.E.2d}{m}}$

b. Calculer la valeur v_B, de cette vitesse.

Données : e = 1,60 10^{-19} C; m_e = 9,11 x10^{-31} kg ; *AB* = d = 3,00 cm ; E = 6,00 x 10^4 V. rn^{-1}.



1)a. Coordonnées du vecteur accélération $\vec{a}$ et du vecteur vitesse $\vec{V}$ de l'électron au cours du mouvement entre les plaques A et B :

- Système : {électron}.
- Référentiel : terrestre supposé galiléen.
- Unique force appliquée au système : la force électrique $\vec{F_e} = q.\vec{E}$ (On néglige le poids $\vec{P}$ devant $\vec{F_e}$).
- On applique la deuxième loi de Newton :

$\Sigma\vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$ = m. $\frac{d(\vec{v})}{dt}$ = **m.$\vec{a}$ donc** $\vec{F_e}$ = **m.$\vec{a}$** ⇒ q.$\vec{E}$ = **m.$\vec{a}$ soit : $\vec{a}$ = q$\frac{\vec{E}}{m}$. Dans** le repère (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$), on a les composantes de

$\boxed{\vec{a}\begin{cases} a_x = -q\dfrac{E}{m} \\ a_y = 0 \end{cases}}$ Primitives de l'accélération : $\vec{v}\begin{cases} V_x = -q\dfrac{E}{m}t + C_1 = -q\dfrac{E}{m}t + V_{0x} = q\dfrac{E}{m}t + 0 \\ V_Y = C_2 = V_{0y} = 0 \end{cases}$ **Les coordonnées de la vitesse sont donc :** $\boxed{\vec{v}\begin{cases} V_x = -q\dfrac{E}{m}t = \dfrac{eE}{m}t \\ V_y = 0 \end{cases}}$

Remarque : $\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = -q.\dfrac{E}{m}\dfrac{t^2}{2} + C_3 = -q.\dfrac{E}{m}\dfrac{t^2}{2} = e.\dfrac{E}{m}\dfrac{t^2}{2} \\ y = C_4 = 0 \end{cases}$ **(On a q = - e** (électron)**).** **On a y = 0 : absence de mouvement suivant l'axe des y.**

Le mouvement de la particule chargée est donc rectiligne : mouvement rectiligne uniformément accéléré suivant l'axe des x.

1. b. Expression de la valeur de sa vitesse à chaque instant :

V = $\sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{(\frac{eEt}{m})^2 + 0^2} = \frac{eE}{m}\ t$ soit $\boxed{V = \frac{eE}{m}t}$ **La vitesse croit avec le temps (car V_x est proportionnel au temps t).**

2) Equations horaires du mouvement : Comme $x_0 = y_0 = 0$, les constantes C_3 et C_4 sont nulles.

Par intégration de $\vec{V}$: $\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = -q.\dfrac{E}{m}\dfrac{t^2}{2} + C_3 = -q.\dfrac{E}{m}\dfrac{t^2}{2} = e.\dfrac{E}{m}\dfrac{t^2}{2} \\ y = C_4 = 0 \end{cases}$ **soit** $\boxed{x(t) = e.\frac{E}{m}\frac{t^2}{2} \text{ et } y = 0}$ **On a y = 0 : absence de mouvement suivant l'axe des y.**

3.a. Montrons que l'expression de la vitesse de l'électron lorsqu'il parvient à la plaque *B* du condensateur est : $v_B = \sqrt{\dfrac{2e.E}{m_e}.d}$

On vient de trouver : x = $e.\frac{E}{m}\frac{t^2}{2}$ **. Plaçons-nous au point B pour lequel x = d. En B, on peut écrire :** d = $e.\frac{E}{m}\ t_B^2$.

On tire t_B et on remplace dans V : On trouve $t_B = \sqrt{\dfrac{2\,m\,d}{e\,E}}$. On remplace dans V soit : $V_B = \dfrac{eE}{m}\ t_B = \dfrac{eE}{m}.\sqrt{\dfrac{2\,m\,d}{e\,E}} = \sqrt{\dfrac{e^2.E^2 2md}{m^2 eE}}$

En simplifiant : $V_B = \sqrt{\dfrac{e.E.2d}{m}}$.

b) Calculons V_B : $V_B = \sqrt{\dfrac{2*1{,}60.10^{-19}*6{,}00.10^4*3{,}00.10^{-2}}{9{,}11.10^{-31}}}$ = 2,51.10^7 m.s^{-1}. $\boxed{V_B = 2{,}51.10^7 \text{ m.s}^{-1}}$.

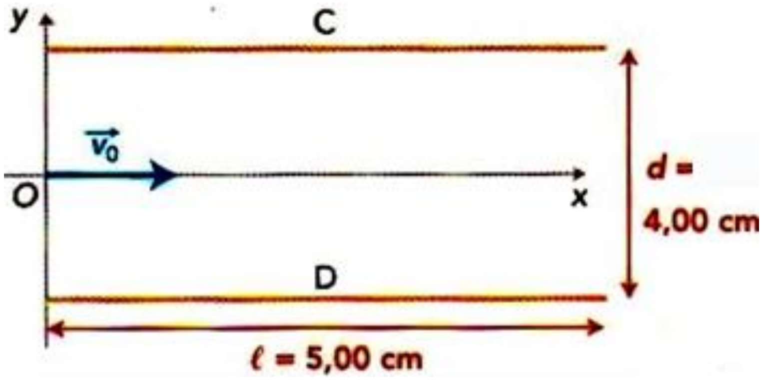
Ch.6. Exercice corrigé p : 174 n°23. APPLICATION DES LOIS DE NEWTON

Exercice p : 177 n°23. Particule alpha dans un champ électrostatique uniforme

Compétences : Raisonner; calculer.

Une particule α (noyau d'hélium : ${}_{2}^{4}He$) arrive au point O dans un condensateur plan avec une vitesse $\vec{V_0}$ de direction parallèle aux armatures C et D du condensateur.

Une tension constante *U* est appliquée entre ces deux armatures longues de l = 5,00 cm et distantes de *d* = 4,00 cm. On négligera le poids de la particule α devant la force électrostatique.



1. Quelle est la charge *q* de la particule α ?
2. Indiquer la polarité des plaques pour que la particule soit déviée vers le haut.
3. Recopier la figure en indiquant le champ électrostatique existant entre C et D, ainsi que la force électrostatique que subit la particule α en O.
4. Établir les équations horaires et l'équation de la trajectoire de la particule. On choisira le repère indiqué sur le schéma. Le référentiel associé est supposé galiléen.

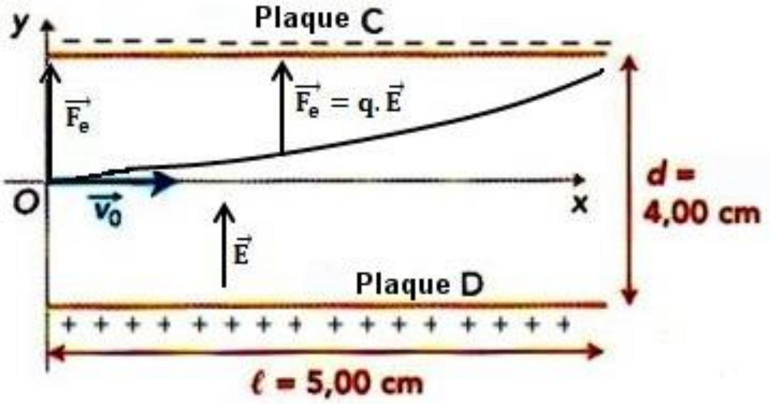
5.a. Exprimer, à l'aide de l'équation de la trajectoire, la tension *U* en fonction des grandeurs m, e, v_o, *l*, *d* et y.
b. Calculer sa valeur pour que la particule sorte au point *S* d'ordonnée y_s = 1,00 cm.

On rappelle que pour un condensateur plan : *E = U / d. Données :* v_0= 5,00 x 10^5 m .s^{-1} ;
e = 1,60 x 10^{-19} C; m_α = 6,64 x 10^{-27} kg.

1) Particule α = noyau d'hélium ${}_{2}^{4}He$. Il s'agit d'un noyau d'Hélium.
${}_{2}^{4}He$ A = 4 soit 4 nucléons. Z = 2 soit 2 protons. Donc N = A – Z = 4 - 2 = 2 neutrons.
Le noyau d'Hélium est donc constitué de 2 neutrons et de 2 protons. (C'est l'élément chimique He^{2+}).
La particule α est donc chargée positivement : q = 2e = 2*1,6.10^{-19} C = 3,2.10^{-19} C.

2) Polarité des plaques pour que la particule soit déviée vers le haut :
Pour être déviée vers le haut, la particule doit être attirée par la plaque C qui doit donc être négative et doit être repoussée par la plaque D qui doit être positive.

3) Recopier la figure en indiquant $\vec{E}$ entre C et D, ainsi que la force électrostatique $\vec{F_e}$ que subit la particule α au point O :



Le champ électrostatique $\vec{E}$ est perpendiculaire aux armatures et orienté vers les potentiels décroissants c'est-à-dire vers l'armature C qui est chargée négativement.

La force électrostatique $\vec{F_e}$ = q. $\vec{E}$ avec q = 2.e > 0 est colinéaire et de même sens que $\vec{E}$.

4) Equations horaires et l'équation de la trajectoire de la particule :

- Système : {particule α}.
- Référentiel : terrestre supposé galiléen.
- Unique force appliquée au système : la force électrique

$\vec{F_e}$ = q.$\vec{E}$ (On néglige le poids $\vec{P}$ devant $\vec{F_e}$).

• On applique la deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$ = m. $\frac{d(\vec{v})}{dt}$ = **m.$\vec{a}$ donc $\vec{F_e}$ = m.$\vec{a}$ ⇒ q.$\vec{E}$ = m.$\vec{a}$ soit : $\vec{a}$ = q$\frac{\vec{E}}{m}$. Dans le** repère (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$), on a les composantes de $\vec{a}$ $\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = q\frac{E}{m} \end{cases}$ **Primitives de $\vec{a}$:** $\vec{V}$ $\begin{cases} V_x = C_1 = V_{0X} = V_0 \\ V_y = q\frac{E}{m}t + C_2 = q\frac{E}{m}t + V_{0y} = q\frac{E}{m}t + 0 \end{cases}$

Primitives de $\vec{V}$: $\vec{OG}$ $\begin{cases} x(t) = V_0.t + x_0 = V_0.t + 0 \\ y(t) = q.\frac{E}{m}\frac{t^2}{2} + C_3 = q.\frac{E}{m}\frac{t^2}{2} + y_0 = q.\frac{E}{m}\frac{t^2}{2} + 0 \end{cases}$

Les équations horaires ou équations paramétriques sont : $\boxed{\begin{cases} x(t) = V_0.t & \text{Equation (1)} \\ y(t) = q.\frac{E}{m}\frac{t^2}{2} = \frac{q.U}{2m\,d}t^2 & \text{Equation (2)} \end{cases}}$

• **Equation de la trajectoire de la particule** : On élimine t entre (1) et (2) : De (1), on tire t = $\frac{x}{V_0}$. On remplace dans l'équation (2) :

y = = $\frac{q.U}{2m\,d}\left(\frac{x}{V_0}\right)^2$ or q = 2e . Donc : y = $\frac{2e.U}{2m\,.d.V_0^2}x^2$ soit $\boxed{y = \frac{e.U}{m\,.d.V_0^2}x^2}$ C'est l'équation d'une parabole à l'intérieur des plaques.

5)a)**Tension *U* en fonction des grandeurs m, e, v_o, *l*, *d* et y.** De l'équation de la trajectoire, on tire : **U** = $\frac{m.d.V_0^2.y}{e.x^2} = \frac{m.d.V_0^2.y}{e.l^2}$ (On remplace x par l)

b) **Calculer sa valeur pour que la particule sorte au point *S* d'ordonnée y_s = 1,00 cm**. On remplace y par y_S. Donc la tension en S est :

U = $\frac{m.d.V_0^2.y_S}{e.l^2}$ A.N. : U = $\frac{6{,}64.10^{-27}*4{,}00.10^{-2}*(5{,}00.10^5)^2*1{,}00.10^{-2}}{1{,}6.10^{-19}*(5{,}00.10^{-2})^2}$ = 1,66.10^3 V

$\boxed{U = 1{,}66.10^3\ V}$