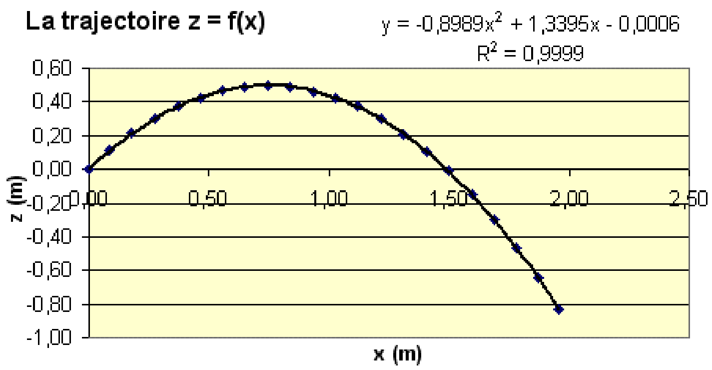
TP 12. Correction. Etude expérimentale d'une chute parabolique

1. Question 1 *: Faire un commentaire de la courbe z = f(x.*

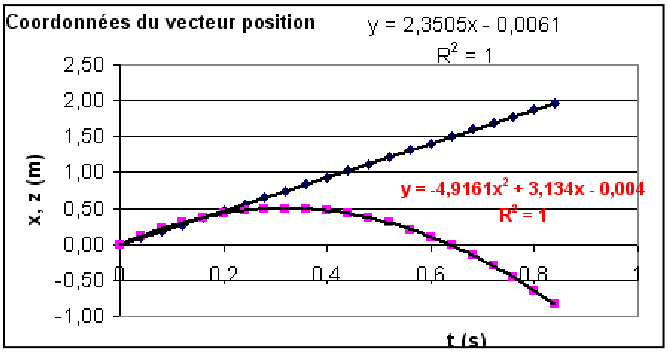
Elle est obtenue à partir du pointage dans Aviméca et export des valeurs dans Excel.



La trajectoire est : $z = -0.8989\ x^2 + 1,3395\ x - 0,0006$. Elle est de la forme : $z = Ax^2 + Bx + C$. C'est l'équation d'une parabole. La valeur z(0) = - 0,0006 est très faible. On peut la considérer comme nulle.

La trajectoire parabolique est donc : $\boxed{z = -0.8989\ x^2 + 1,3395\ x}$

2.Question 2 *: Interpréter les résultats : allure de x(t) et de y(t).*



Pour obtenir de x(t) et y(t) sur un même graphique, on sélectionne la colonne t. On maintient ensuite la touche « Ctrl » et on sélectionne les 2 colonnes x(t) et y(t).

- La modélisation donne : x(t) = 2,3505 t – 0,0061.

C'est une droite passant pratiquement par l'origine.

On peut garder : $\boxed{x(t) = 2,3505\ t}$. La projection du mouvement sur l'axe des x est une fonction linéaire du temps.

- La modélisation donne : $z(t) = -\ 4,916\ t^2 + 3,3134\ t - 0.004$.

On peut garder : $\boxed{z(t) = -\ 4,916\ t^2 + 3,3134\ t}$. C'est l'équation du parabole en fonction du temps. La projection du mouvement sur l'axe des z est rectiligne uniformément varié.

3. __Le vecteur vitesse__ :

Question 3 *: • Quelle formule faut-il utiliser dans la cellule E5 ?*

• Quelle formule faut-il utiliser dans la cellule F5 ?

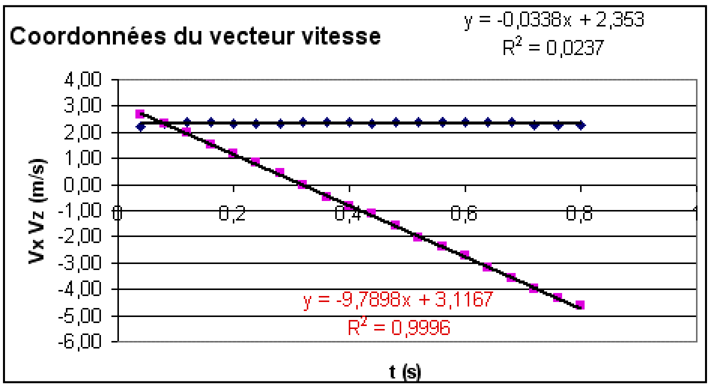
- $V_{xi} = \dfrac{x_{i+1} - x_{i-1}}{t_{i+1-t_{i-1}}}$ Dans la cellule E5 : $= \dfrac{(B6-B4)}{(t6-t4)}$; $V_{zi} = \dfrac{z_{i+1} - z_{i-1}}{2.\tau}$ Dans la cellule F5 : $= \dfrac{(C6-C4)}{(t6-t4)}$

On copie/ colle ensuite sur l'ensemble des colonnes correspondantes : Colonne Vx et colonne Vz.

Question 4 *:*

• Interpréter les résultats : allure des courbes $V_x(t)$ et $V_y(t)$.

Est-ce conforme à la théorie ?



La modélisation donne :

Vx = - 0,0338 x + 2,353. Comme on voit que Vx garde une valeur Constante, on garde $\boxed{\mathbf{Vx = 2,353\ m.s^{-1}}}$

La modélisation donne :

$\boxed{Vz = -\ 9,7898\ t + 0,1167}$

La coordonnée Vz est une fonction affine du temps.

4. __Le vecteur accélération :__

Question 5 *:*

• Déduire des 2 graphes précédents $v_x(t)$ et $v_y(t)$ les coordonnées de l'accélération au cours du mouvement.

$\mathbf{Vx = 2,353\ m.s^{-1}} \Rightarrow \quad a_x = \dfrac{dVx}{dt} = 0$

$\mathbf{Vz = -9,79\ t + 0,117} \Rightarrow \quad a_z = \dfrac{dVz}{dt} = -\ 9,79\ m.s^{-2}$

Les coordonnées du vecteur accélération sont donc : $a \begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -\ 9,79\ m.s^{-2} \end{cases}$

• En déduire la valeur a de l'accélération. Comparer avec la valeur du champ de pesanteur g. Calculer l'écart relatif.

$a = \sqrt{a_x^2 + a_z^2} = \sqrt{0^2 + (-9,79^2)} = \mathbf{9,79\ m.s^{-2}}$. On constate que $a = g = 9,8\ m.s^{-1}$. Cela correspond à la théorie.

Ecart relatif : $\dfrac{|g_{théo} - g_{exp}|}{g_{théo}} = \dfrac{9,8 - 9,79}{9,8} =$ *1 % . Très bonne correspondance.*

• Le mouvement de la balle peut-il être modélisé par une chute libre ?

On constate que $\vec{a} = \vec{g}$: il s'agit d'une chute libre.

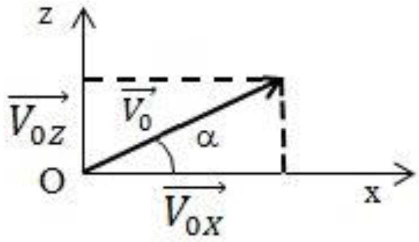
III. Exploitation :

1) Les conditions initiales :

Question 6 :

- *Indiquer les coordonnées du vecteur vitesse à l'instant t = 0 : v_{x0} et v_{z0} en utilisant les graphiques $v_x(t)$ et $v_t(t)$.*

Vx = 2,35 m.s^{-1} donc Vx(0) = Vox = 2, 35 m.s^{-1}
Vz = -9,79 t + 0,117 donc Vz(0) = Voz = - -9,79 * 0 + 0,117 = 0,117 m.s^{-1}



- *En déduire :*
  - *la valeur* ***V_0 du <u>vecteur vitesse de la balle à l'instant t = 0</u>.***

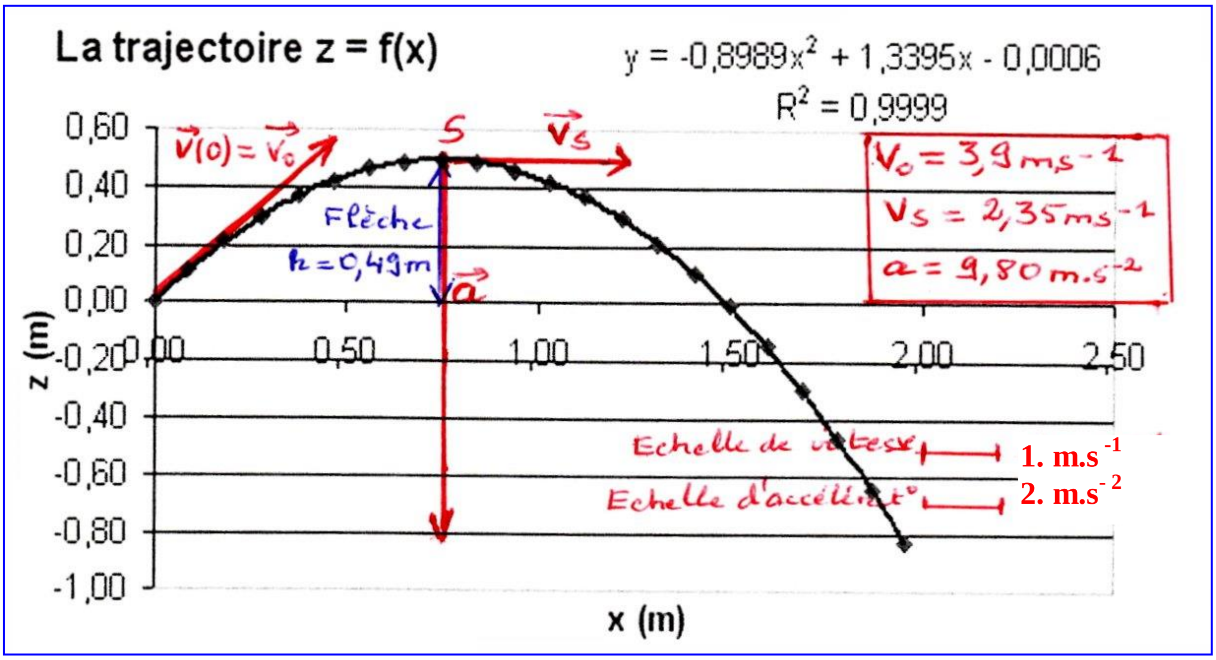
$V_0 = V(0) = \sqrt{V_X^2(0) + V_Z^2(0)} = \sqrt{V_{0X}^2 + V_{0Z}^2}$ $\sqrt{2{,}35^2 + 3{,}12^2}$ = **3,9 m.s^{-1}.**

  - *l'angle* ***α que fait ce vecteur vitesse avec l'horizontale.***

$\tan\alpha = \frac{V_{0Z}}{V_{0X}} = \frac{3{,}12}{2{,}35} = 1{,}33 \Rightarrow \alpha = 53°$

  - *Représenter ce vecteur $\vec{V_0}$ (sur le « bon » graphique), avec une échelle adaptée.*
- *Déterminer les* ***<u>caractéristiques du vecteur accélération $\vec{a}$ à l'instant t = 0</u>.***
  Représenter ce vecteur sur le même graphique, avec une échelle adaptée.

$\vec{a}$ $\begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = \mathbf{-\ 9{,}8\ m.s^{-2}} \end{cases}$ Comme a_x et a_y sont constants, $\vec{a}$ garde les mêmes composantes quel que soit t.
La norme de $\vec{a}$ est : $\|\vec{a}\|$ = a = $\sqrt{a_x^2 + a_z^2}$ = 9,8 m.s^{-2}



2) La flèche :

La flèche est la hauteur maximale atteinte par le projectile. (On notera S le point au sommet de la trajectoire).

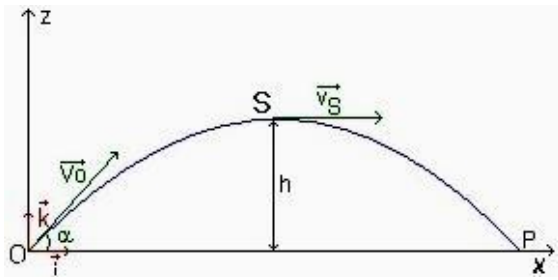
Question 7 :

- *Déterminer :*
  - *valeur expérimentale de la flèche : à partir du tableau de valeurs ou à partir de la trajectoire.*

Si on regarde le tableau ou le graphique, on a : h = 0,49m

  - *calculer la valeur théorique à partir de :* $\mathbf{h = \frac{V_0^2 . \sin^2\alpha}{2.g}}$

V_0 = 3,9 m.s^{-1} ; α = 53° ; g = 9,8 m.s^{-2}. On trouve **h = 0,49 m**
On retrouve la valeur expérimentale.



- *Indiquer les coordonnées du vecteur vitesse et du vecteur accélération lorsque la balle atteint le point S.*
- *Représenter ces 2 vecteurs en S (même échelle que dans 1)).*

(voir schéma ci-dessus).

$\vec{V_S}$ $\begin{cases} V_{Sx} = 2{,}35\ m.s^{-1} \\ V_{Sz} = 0 \end{cases}$ $\Rightarrow$ $V_S = \sqrt{V_{Sx}^2 + V_{Sz}^2}$ = **2,35 m.s^{-1}**

$\vec{a_S}$ $\begin{cases} a_{Sx} = 0 \\ a_{Sz} = -\ 9{,}8\ m.s^{-1} \end{cases}$ $\Rightarrow$ $a_S = \sqrt{a_{Sx}^2 + a_{Sz}^2}$ = **9,8 m.s^{-2}.**