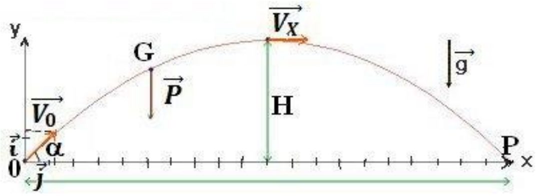
Ch.6. Résumé. APPLICATION DES LOIS DE NEWTON

Mouvement d'un projectile lancé dans un champ de pesanteur uniforme
Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrostatique uniforme



Tous les systèmes étudiés sont assimilés à des points matériels : toute leur masse est regroupée au centre de gravité. Toute étude de mouvement nécessite de :

- **Définir le système** et de **choisir un référentiel** adapté;
- **D'appliquer la deuxième loi de Newton** après avoir fait **l'inventaire des forces extérieures** exercées sur le système

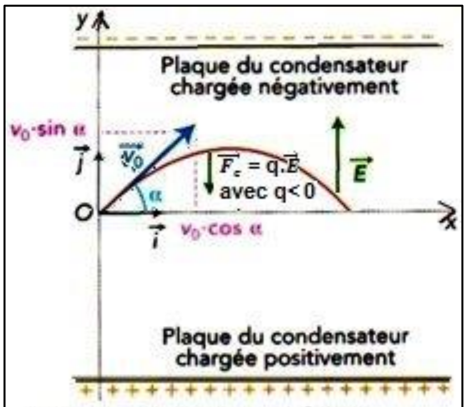
$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \text{m}.\frac{d(\vec{v})}{dt} = \mathbf{m}.\vec{a}$$

- **D'en déduire le vecteur accélération.**

- de **déterminer le vecteur vitesse** $\vec{v}$ en recherchant la primitive par rapport au temps de chaque coordonnée du vecteur accélération $\vec{a}$ et en utilisant les coordonnées du vecteur vitesse initiale $\vec{v_0}$ pour prendre en compte les conditions initiales ;
- de **déterminer le vecteur position** $\overrightarrow{OG}$ en recherchant la primitive par rapport au temps de chaque coordonnée du vecteur vitesse $\vec{v}$ et en utilisant les coordonnées du vecteur position initiale $\overrightarrow{OG_0}$ pour prendre en compte les conditions initiales.

→ Les coordonnées x(t)et y(t) de $\overrightarrow{OG}$ dépendent du temps; elles sont appelées **<u>équations horaires du mouvement</u>** <u>ou équations paramétriques.</u>

→ La détermination de **<u>l'équation de la trajectoire y = f(x)</u>** nécessite d'éliminer le temps en combinant les équations horaires.



Champ électrostatique uniforme et coordonnées du vecteur vitesse dans les conditions initiales.

Champ uniforme	Champ de pesanteur $\vec{g}$	Champ électrostatique $\vec{E}$
Forces	Unique force : le poids $\vec{P} = m.\vec{g}$ 2ème loi de Newton (ou principe fondamental de la dynamique) $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \text{m}.\frac{d(\vec{v})}{dt} = \mathbf{m}.\vec{a}$ ⇒ $\vec{P} = m.\vec{g} = m\vec{a}$	Unique force : la force électrostatique $\vec{F_e} = q.\vec{E}$ 2ème loi de Newton (ou principe fondamental de la dynamique) $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \text{m}.\frac{d(\vec{v})}{dt} = \mathbf{m}.\vec{a}$ ⇒ $\vec{F_e} = q.\vec{E} = m\vec{a}$
Conditions initiales	$\overrightarrow{OM_0}\begin{vmatrix}0\\y_0\end{vmatrix}$ et $\vec{v_0}\begin{vmatrix}v_0\cos\alpha\\v_0\sin\alpha\end{vmatrix}$	$\overrightarrow{OM_0}\begin{vmatrix}x_0=0\\y_0=0\end{vmatrix}$ et $\vec{v_0}\begin{vmatrix}v_0\cos\alpha\\v_0\sin\alpha\end{vmatrix}$ (cas où $\vec{E}$ et $\vec{v_0}$ font un angle α quelconque
Vecteur accélération	$\vec{a} = \vec{g}$ **chute libre**	$\vec{a} = \frac{q\cdot\vec{E}}{m}$
Vecteur vitesse	$\vec{v}\begin{vmatrix}v_x = \frac{dx}{dt} = v_0\cos\alpha\\v_y = \frac{dy}{dt} = -g.t + v_0.\sin\alpha\end{vmatrix}$	$\vec{v}\begin{vmatrix}v_x = \frac{dx}{dt} = v_0\cos\alpha\\v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{q.E}{m}.t + v_0.\sin\alpha\end{vmatrix}$
Vecteur position	$\overrightarrow{OM}\begin{vmatrix}x = v_0.(\cos\alpha).t\\y = -\frac{1}{2}g.t^2 + v_0(\sin\alpha).t + y0\end{vmatrix}$	$\overrightarrow{OM}\begin{vmatrix}x = v_0.(\cos\alpha).t\\y = \frac{q.E}{2.m}.t^2 + v_0(\sin\alpha).t\end{vmatrix}$
Equation de la trajectoire	$y = -\frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}.x^2 + (\tan\alpha).x + y_0$ *parabole*	$y = \frac{qE}{2.m.v_0^2\cos^2\alpha}.x^2 + (\tan\alpha).x$ *parabole*

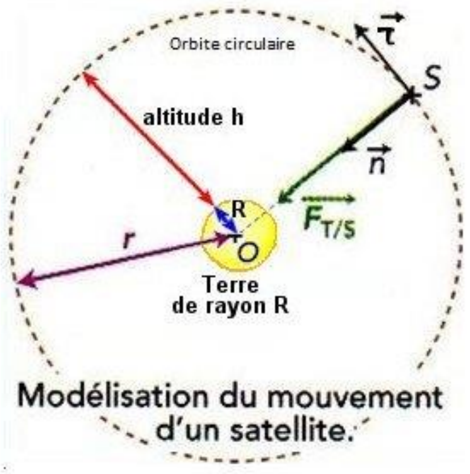
Ch.6. Résumé. APPLICATION DES LOIS DE KEPLER

Mouvement des satellites et des planètes

• Étude avec la deuxième loi de Newton

- **Système :** Le satellite de masse m.
- **Référentiel :** géocentrique supposé galiléen.
- **Repère :** repère de Frénet (repère lié au satellite

Force d'attraction gravitationnelle de la Terre sur le satellite $\overrightarrow{F_{T/S}} = \frac{G.m\,M_T}{r_{TS}^2}.\vec{n}$



Dans l'approximation des trajectoires circulaires, l'application de la deuxième loi de Newton : $\sum\overrightarrow{F_{ext}} = \overrightarrow{F_{T/S}} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \mathrm{m}.\frac{d(\vec{v})}{dt} = \mathbf{m}.\vec{a}$ soit

$\overrightarrow{F_{T/S}} = m\vec{a}$

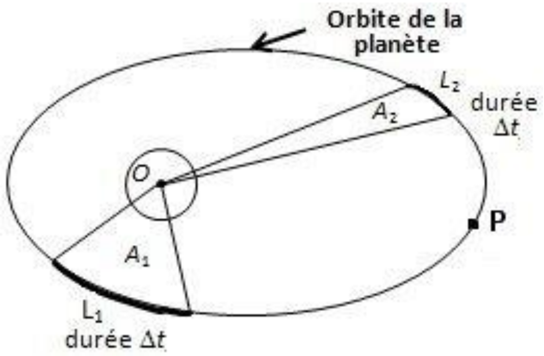
soit $\frac{G.m\,M_T}{r^2}.\vec{n} = \mathrm{m}.\vec{a}.$ soit $\frac{G.\,M_T}{r^2}.\vec{n} = \vec{a}$

$$\vec{a}\left|\begin{array}{l} a_T = \frac{dv}{dt} = 0 \\ a_n = \frac{v^2}{r_{T/S}} = \frac{G.\,M_T}{r_{TS}^2} \end{array}\right.$$

- de montrer que le **mouvement est uniforme** : v = cte
- d'établir **l'expression de sa vitesse v et de sa période de révolution T**.

$v = \sqrt{\frac{G.M_T}{r_{T/S}}}$ $\quad$ $T = 2.\pi.\sqrt{\frac{r_{T/S}^3}{G.M_T}}$ **avec** r = R_T (rayon de la terre) + h (altitude)

• Étude avec les lois de Kepler



Première loi de Kepler : loi des orbites
Dans le référentiel héliocentrique, la trajectoire du centre de gravité d'une planète est une ellipse dont le centre de gravité du Soleil est l'un des foyers.

Deuxième loi de Kepler : loi des aires
Le segment de droite reliant les centres de gravité du Soleil et de la planète **balaie des aires égales pendant des durées égales.**

Troisième loi de Kepler : loi des périodes

Le carré de le période de révolution divisée par le cube du demi-grand axe 'a' est une constante. La période T ne dépend pas de la planète mais uniquement de la masse M_S du soleil et de la constante d'attraction universelle G : $\frac{T^2}{a^3}$ **= constante** = $\frac{4.\pi^2}{G.M_S}$

Dans le cas particulier où la **trajectoire est un cercle de rayon r,** le demi-grand axe de l'ellipse est le rayon du cercle : r = a., la troisième loi de Kepler devient **:**

$\frac{T^2}{r^3}$ **= constante** = $\frac{4.\pi^2}{G.M_S}$

Pour toutes les planètes du système solaire, le rapport entre le carré de la période de révolution T et le cube de la longueur a du demi-grand axe est le même : $\frac{T^2}{\text{-}a^3}$ **= constante.**

Généralisation :
Les trois lois de Kepler énoncées dans le cas de planètes en orbite autour du Soleil peuvent être généralisées à tout satellite ou planète en orbite autour d'un astre.