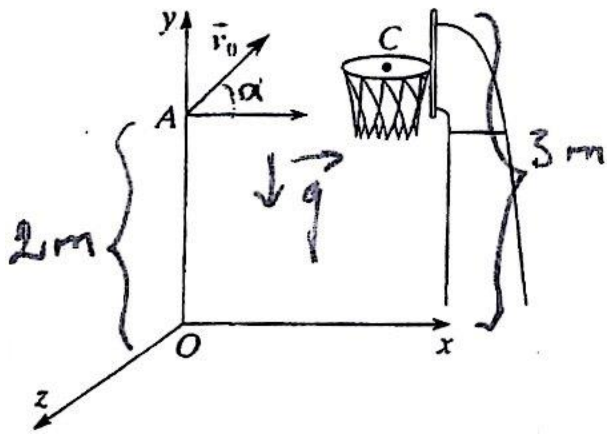
Ch.6. Exercice corrigé. Lancer d'un ballon de basket.

On négligera l'action de l'air. On prendra g = 10 m.s^{-2}.

Lors d'un match de basket, pour marquer un panier, il faut que le ballon passe dans un cercle métallique situé dans un plan horizontal, à 3,0 m du sol horizontal. Pour simplifier, on remplacera le ballon par un point matériel devant passe exactement au centre C du cercle métallique. xOy est un plan vertical contenant le point C; xOz est le plan du sol supposé horizontal.



1) D'un point A de Oy situé à 2,0 m du sol, un basketteur, sans adversaire, lance le ballon, avec une vitesse $\vec{v_0}$, contenue dans le plan xOy. Sa direction fait un angle α = 45° avec un plan horizontal.

a) Montrer que la trajectoire du ballon est plane.

b) Etablir l'équation de cette trajectoire dans le système d'axe indiqué, en fonction de v_0.

c) Quelle doit être la valeur de v_0 pour que le panier soit réussi sachant que les verticales de A et de C sont distantes de 7,1 m ?

d) Quelle est la durée de la trajectoire effectuée par le ballon du point A au point C ?

2) Voulant arrêter le ballon, un adversaire situé à 0,90 m du tireur, saute verticalement en levant les bras. La hauteur atteinte par ses mains est de 2,7 m au-dessus du sol. α et vo ayant les mêmes valeurs que précédemment, le panier sera-t-il manqué ?

Réf : terrestre, supposé galiléen.

A t = 0 : $\vec{v_0} = \vec{v_{0x}} + \vec{v_{0y}} = v_0\cos\alpha\,\vec{i} + v_0\sin\alpha\,\vec{j}$.
$x_0 = 0$, et $y_0 = y_A = 2$ m.

Syst {ballon} – Inv. des forces : $\vec{P} = m\vec{g}$ (poids, dirigé suivant la verticale vers le bas

1) a) Montrer que la trajectoire est plane.

2ème loi de Newton $\sum \vec{f} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow m\vec{g} = m\vec{a} \Rightarrow \boxed{\vec{g} = \vec{a} \text{ chute libre}}$.

Projection sur l'axe des z : $\ddot{z} = 0$. Primitive : $\dot{z} = cste = v_{0z} = 0$ -

Primitive : $z = cste = z_0 = 0 \Rightarrow \boxed{z = 0}$: absence de mouvt suivant cet axe.
⇒ Mouvt suivant (xOy) : plan.

b) Équation de la trajectoire : Projection sur $(O,\vec{i})$ et $(O,\vec{j})$.

$$\vec{a}\begin{cases}\ddot{x} = 0\\ \ddot{y} = -g\end{cases}\quad \vec{v_0}\begin{cases}\dot{x} = cste = v_0\cos\alpha\\ \dot{y} = -gt + cste = -gt + v_0\sin\alpha\end{cases}\quad \vec{OG}\begin{cases}x = v_0(\cos\alpha)t + \overset{0}{x_0} \quad (1)\\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0(\sin\alpha)t + \overset{2m}{y_0} \quad (2)\end{cases}$$

On élimine t entre (1) et (2) – (1) $t = \frac{x}{v_0\cos\alpha}$ (2) $y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0\cos\alpha}\right)^2 + v_0\sin\alpha\left(\frac{x}{v_0\cos\alpha}\right) + \overset{2m}{y_0}$

$$\boxed{y = -\frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2 + (\tan\alpha)x + \overset{2m}{y_0}}$$

de la forme $y = Ax^2 + Bx + C \Rightarrow$ Mouvt parabolique (A < 0) ⇒ concavité parabole tournée vers les y < 0.

c) Valeur de v_0 pour que le panier soit atteint (Distance entre A et C : 7,1 m). Le point C vérifie l'éq. de la trajectoire.

Panier réussi $\begin{cases}x_C = 7{,}1\text{ m.}\\ y_C = 3\text{ m.}\end{cases}$ $y_C = \frac{-g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x_C^2 + (\tan\alpha)x_C + y_0$

$$y_C - y_0 - (\tan\alpha)x_C = \frac{-g}{2v_0^2\cos^2\alpha} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{-g x_C^2}{2\cos^2\alpha\,[\underbrace{y_C}_{3m} - \underbrace{y_0}_{2m} - \underbrace{(\tan\alpha)}_{\tan 45° = 1} x_C]}} = \sqrt{\frac{-10\times 7{,}1^2}{2\cos^2 45°(1 - 7{,}1)}}$$

$v_0 = 9{,}1$ m.s^{-1}

d) Durée de la trajectoire de A à C :
$x = v_0(\cos\alpha)t$. Pour le pt C : $x_C = v_0(\cos\alpha)t_C \Rightarrow \boxed{t_C = \frac{x_C}{v_0\cos\alpha}} = \frac{7{,}1}{9{,}1\times\cos 45°} = 1{,}1$ s

2) Adversaire situé à 0,90 m du tireur : x = 0,90 m.
Calculons la hauteur y de la balle quand x = 0,90 m :

$$\boxed{y = \frac{-g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2 + (\tan\alpha)x + y_0}$$

AN $y = \frac{-10}{2\times 9{,}1^2\times\cos^2 45°}\times 0{,}90^2 + (\tan 45°)\,0{,}90 + 2$

$y = 2{,}8$ m.

Cette hauteur est > à 2,7 m (mains de l'adversaire) ⇒ le ballon n'est pas arrêté par l'adversaire. Le panier est donc réussi.