T.P. 14 ETUDE D'UN OSCILLATEUR MECANIQUE : LE PENDULE SIMPLE

II. APPLIQUER L'ANALYSE DIMENSIONNELLE POUR TROUVER UNE RELATION

Question 1 : *Quelles sont les grandeurs dont pourrait (raisonnablement) dépendre la période T du pendule simple ?*

Grandeurs dont pourrait dépendre T : L'amplitude angulaire θ, la longueur l du pendule, la masse m du solide suspendu au fil.

Question 2 : *Trouver, grâce à l'analyse dimensionnelle, les grandeurs dont dépend effectivement la période T ?*

On cherche une relation générale de la forme : $\mathbf{T = k\,\ell^{\alpha}\,g^{\beta}}$, α et β étant les inconnues.

On cherche la dimension de chaque membre de l'égalité

- $[k\,\ell^{\alpha}\,g^{\beta}] = [\ell^{\alpha}\,g^{\beta}] = [\ell]^{\alpha}\,[g]^{\beta}$ or $[\ell] = L$ et $[g] = [a] = L.T^{-2}$ donc $[\ell]^{\alpha}\,[g]^{\beta} = L^{\alpha}.(L.T^{-2})^{\beta} = \mathbf{L^{\alpha+\beta}.T^{-2\beta}}$
- $[T] = \mathbf{T}$

Les deux membres d'une égalité doivent avoir la même dimension. Ici la relation est homogène à un temps.

Donc $\alpha + \beta = 0$ (équation 1) soit $\alpha = -\beta$
et $-2\beta = 1$ (équation 2) soit $\beta = -1/2$ } On en déduit : $\alpha = +½$ et $\beta = -½$

Ainsi : $T = k\,\ell^{\alpha}\,g^{\beta} = k\,\ell^{½}\,g^{-½} = k\sqrt{\frac{l}{g}}$ La période T est donc $\boxed{\mathbf{T = k\sqrt{\frac{l}{g}}}}$

Question 3 : *Quelles sont les limites de l'analyse dimensionnelle ?*

Dans la relation déterminée par l'analyse dimensionnelle, on ne connait pas la valeur du coefficient constant k.

III. LA PERIODE PROPRE DU PENDULE SIMPLE

1. Relation entre la période propre et l'amplitude des oscillations : isochronisme des petites oscillations

1 = 60,0 cm

Question 4 : *Avoir une meilleure précision sur la valeur de la période T ?* Mesurer la durée de plusieurs périodes.

θ_m (°)	5	10	15	20	30	40
5T (s)						
T (s)						

Jusquà 20°, la valeur de la période T est pratiquement constante. Elle varie un peu à partir de 30°.
Il y a isochronisme pour les petites oscillations.

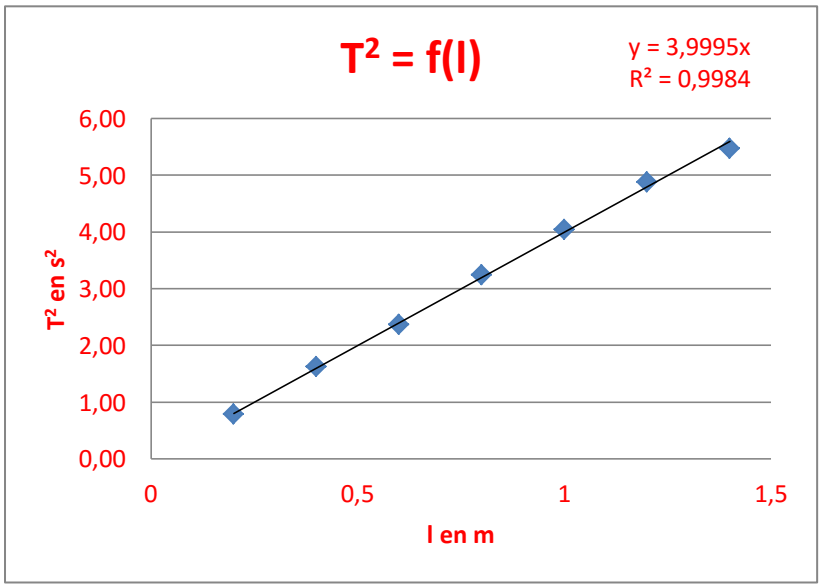
2. Relation entre la période propre et la masse du pendule :

- Mesurer la période propre pour différentes valeurs de m. (l = 1m)

Question 5 : • *Compléter le tableau ci-contre*
• *Conclure.* Pratiquement même valeur pour T quel que soit la masse. La période est donc indépendante de la masse.

m(g)	m_1 = 7,2 g	m_2 = 14,3 g	m_3 = 41,1g
5T (s)	10,0	9,98	9,99
T (s)	2.00	1,996	1.998

l (en m)	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4
5T (s)	*4,45*	*6,38*	*7,7*	*9,01*	*10,05*	*11,05*	*11,7*
T (s)	*0,89*	*1,276*	*1,54*	*1,802*	*2,01*	*2,21*	*2,34*
T^2 (s^2)	*0,79*	*1,63*	*2,37*	*3,25*	*4,04*	*4,88*	*5,48*



• *D'après l'analyse dimensionnelle, on voit que T est proportionnelle à $\sqrt{l}$, donc T^2 est proportionnelle à l. Il est donc judicieux de tracer le graphique $T^2 = f(l)$.*

• *On obtient une droite de coefficient directeur 3,9995 (coefficient directeur calculé pae Excel).*

Calculons a $= 4\pi^2/g$: $a = \frac{4.\pi^2}{g} = \frac{4.\pi^2}{9{,}81} = 4{,}02$

On constate que cette valeur correspond au coefficient directeur donné par Excel.

Donc $T^2 = a.l = \frac{4.\pi^2}{g}.l$ *soit* $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

• *Dans l'analyse dimensionnelle, on avait* $T = k\sqrt{\frac{l}{g}}$

En égalisant, on en déduit que $k = 2\pi$

• *La relation donnant la période T d'un pendule simple pour de petites oscillations est :*

$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ *avec l en m, g en m.s-2, T e s.*

4. Période d'une seconde :

Question 7 : *Comment déterminer la longueur l d'un pendule de période T égale à 1 seconde ?*
Faire la vérification expérimentale.

$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ *donc* $T^2 = 4\pi^2.\frac{l}{g}$ *soit* $l = \frac{T^2 g}{4.\pi^2}$ *A.N. :* $l = \frac{1^2.9{,}81}{4.\pi^2} = 0{,}25$ m = **25 cm.**

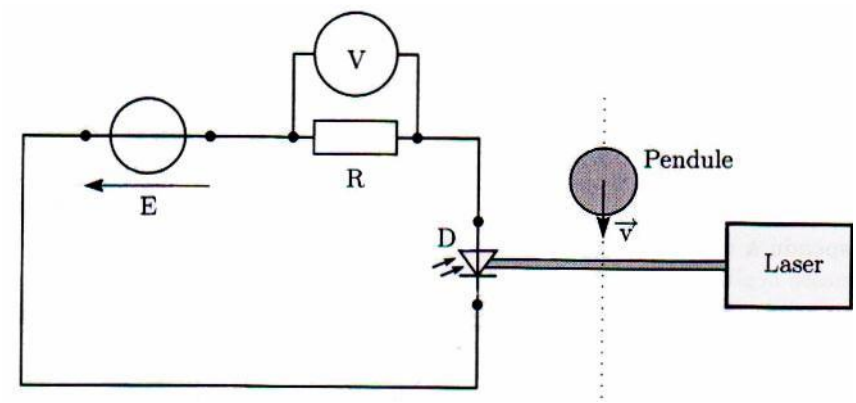
On règle la longueur du pendule à 25 cm. On mesure la durée de 5T, on en déduit T. On trouve effectivement T = 1,0 s.

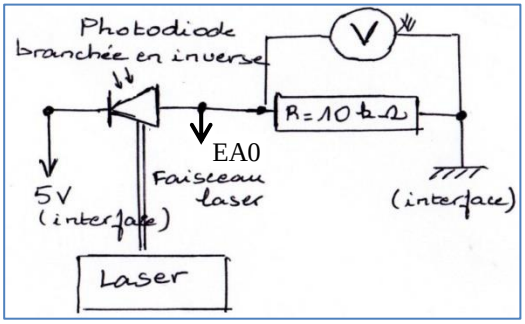
IV. MESURE PRECISE DE LA PERIODE A L'AIDE D'UN LASER ET DE LA BARRIERE OPTIQUE :

On dispose le laser perpendiculairement au plan d'oscillation du pendule, et le photodétecteur (photodiode) de telle sorte que le faisceau puisse être occulté par la masse m. On relie le photodétecteur au système d'acquisition (interface et ordinateur avec le logiciel LatisPro.
On fait osciller le pendule et on lance l'acquisition pendant quelques oscillations complètes (ex : 4 oscillations).

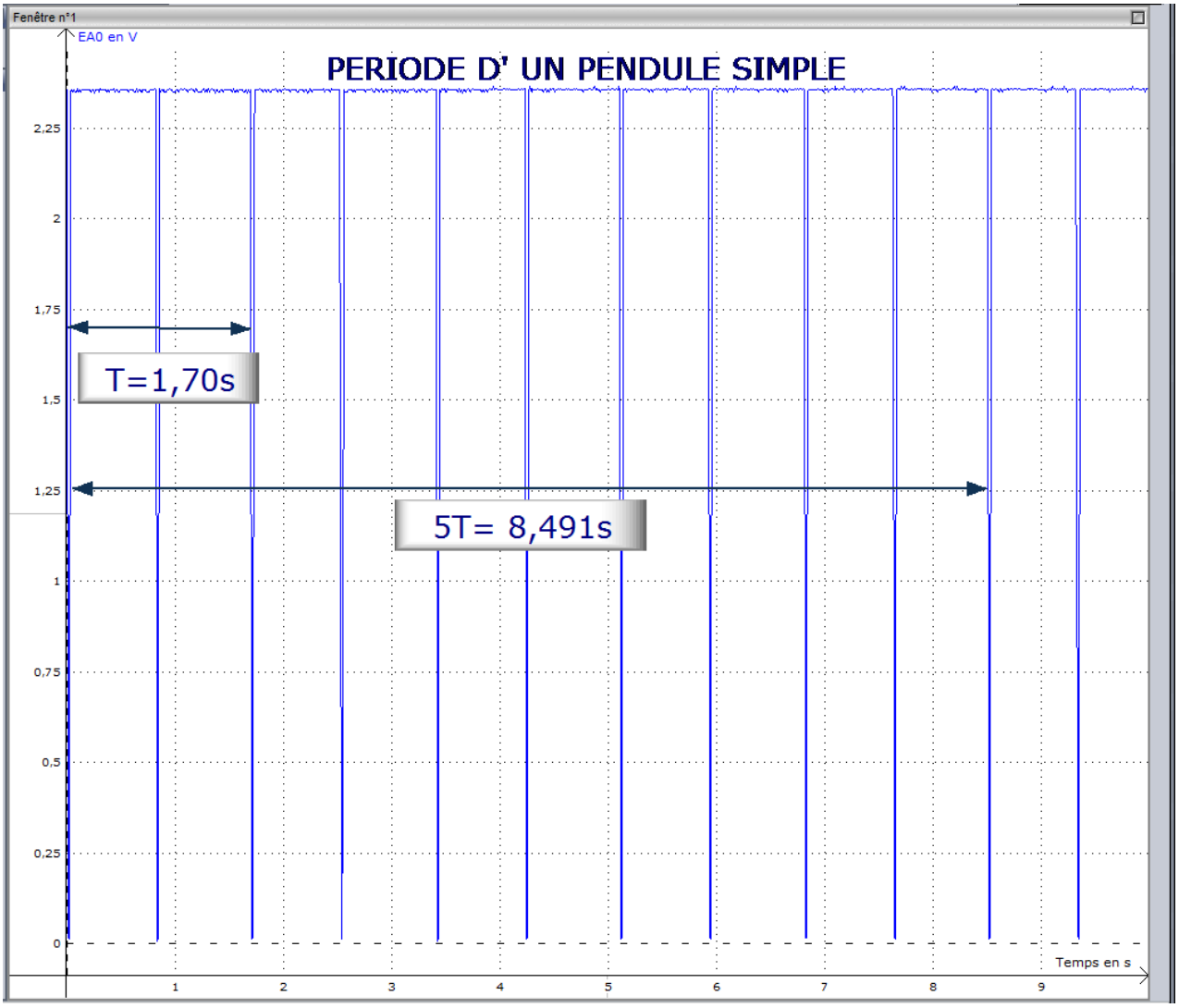
Questions 8 : *Les périodes mesurées sont-elles rigoureusement identiques. Commenter.*
Evaluer la période T. La période mesurée est-elle conforme avec la formule trouvée précédemment.

Schéma de principe de la barrière optique.





On a pris pour la longueur du pendule
l = 0,72 m)

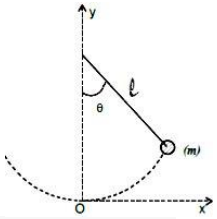


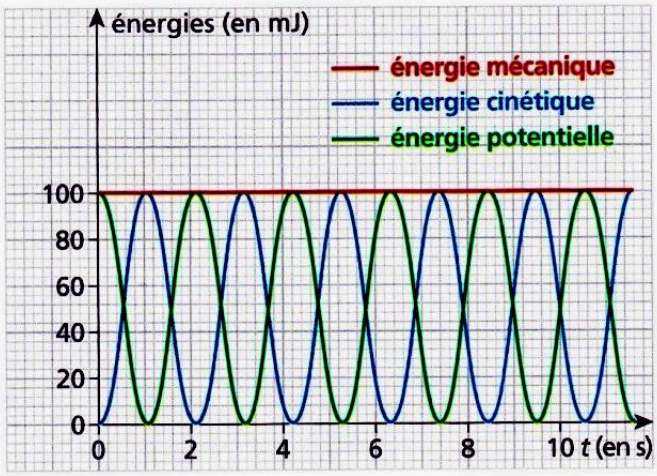
Lorsque la diode laser est éclairée, la tension mesurée au voltmètre aux bornes de la résistance est de l'ordre de 2,5 V. (La valeur dépend de la puissance d'éclairage de la diode). Elle est pratiquement nulle lorsque la diode est occultée.
Paramétrage de l'interface : Sélectionner EA0, 2000 points, Durée 10s, déclenchement : EA0, front descendant à partir de 2,3 V.

V. LE PENDULE SIMPLE : un transformateur d'énergie ?

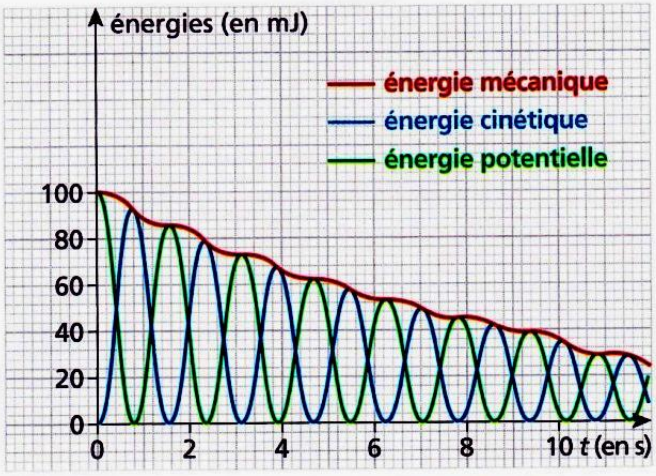
Questions 9 : Soit le système S = {masse *m*} et le référentiel terrestre défini sur le schéma ci-contre

1. Faire l'inventaire des forces qui s'exercent sur la masse m et les représenter sur le schéma ci-contre,.
2. Faire le bilan énergétique du système. Quelle force ne travaille pas ? pourquoi ?
3. Que peut-on dire des transferts d'énergie lors des oscillations ?
4. Commenter les graphiques ci-dessous.
   Les forces de frottement sont-elles des forces conservatives ?



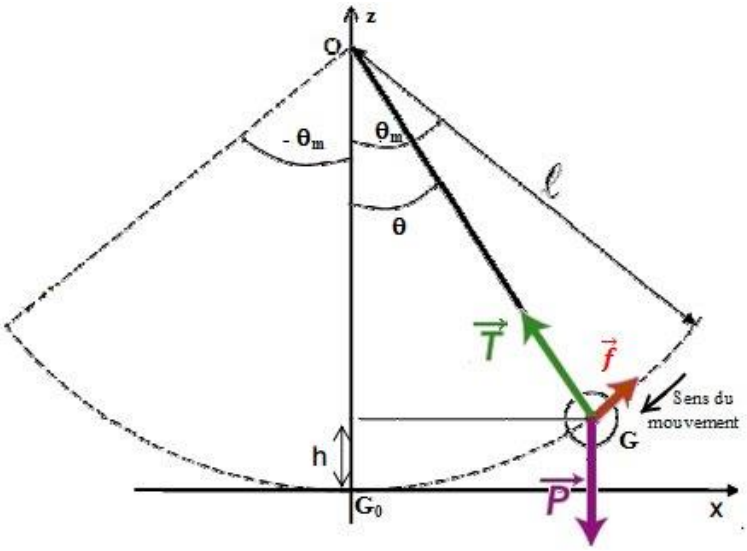


Oscillations à énergie mécanique constante



Oscillations avec dissipation de l'énergie mécanique

Réponse :



1. et 2. Inventaire des forces exercées sur la sphère avec schéma :

- **Système :** {solide : la bille}.
- **Référentiel** : terrestre supposé galiléen.
- **Inventaire des forces :**

- La bille est soumis à son poids, $\vec{P} = m.\vec{g}$ essentiellement action gravitationnelle de la Terre sur la bille) suivant la verticale vers le bas, $\vec{P}$est une force conservative.

- la tension $\vec{T}$ du fil, (action du fil sur la bille) suivant le fil vers le haut. $\vec{T}$ ne fournit aucun travail car elle reste perpendiculaire au déplacement.

- la force de frottement $\vec{f}$: opposée au déplacement ; force non conservative.

2. Attribuer une énergie à chacune des courbes ci-dessus en justifiant les réponses.

- **Energie cinétique E_C : courbe 2.** A t = 0, le solide est lâché sans vitesse initiale donc son Ec (t = 0) = 0
- **Energie potentielle de pesanteur E_{PP} :** A t = 0, le solide est écarté de sa position initiale (angle θ_m) donc son **E_{PP}** est maximale.
- **L'énergie mécanique** est la somme des 2 autres énergies : Em = Ec + Ep, donc cela correspond à la courbe 1.

3. et Que peut-on dire des transferts d'énergie lors des oscillations ? Commentaires des graphiques :

- **Il y a transfert partiel de l'Epp en Ec puis inversement.**
- Au bout d'une durée suffisamment longue, l'énergie cinétique finit par s'annuler, de même l'énergie potentielle de pesanteur : le pendule se retrouve alors immobile dans sa position d'équilibre stable.
- **Globalement l'énergie mécanique ne se conserve pas : elle diminue** du fait de la présence des frottements (forces non conservatives). Il y a dissipation d'énergie sous forme de chaleur.

Cas idéal (graphe : énergie mécanique constante)

- En l'absence de forces de frottement, l'énergie mécanique se conserve. L'oscillation résulte d'un transfert continuel d'énergie cinétique de la masse en énergie potentielle et vice versa. C'est le cas où les forces de frottements sont négligeables devant les autres forces appliquées au système.