Centres étrangers 2014. Correction. La nouvelle façon de se poser sur mars (6 points)

1. La descente autopropulsée.

1.1. Etablir l'expression du travail du poids de l'étage de descente lors de son déplacement du point A à B :

$W(\vec{P}) = \vec{P}.\overrightarrow{AB} = P.AB.\cos\alpha =$ **mg.AB. cos α** avec α = angle $(\vec{P}, \overrightarrow{AB})$

1.2. En s'appuyant sur un schéma, établir l'expression du travail du poids $W(\vec{P})$ en fonction notamment des altitudes z_A et z_B.

• Méthode 1 : D'après le schéma ci-après, dans le triangle rectangle ABC on a $\cos\theta = \frac{AC}{AB}$ donc $AC = AB.\cos\theta$

Donc : $z_A - z_B = AC = AB.\cos\alpha$

$$W_{AB}(\vec{P}) = mg.AB.\cos\theta = mg(z_A - z_B)$$

• Méthode 2 :

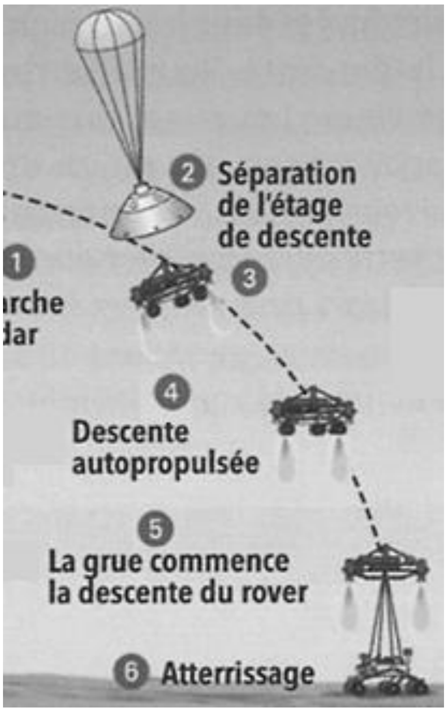
$\vec{P} \begin{vmatrix} P_x = 0 \\ P_z = -mg \end{vmatrix}$ soit $\vec{P} = m.\vec{g} = -m.g.\vec{k}$; $\overrightarrow{AB} \begin{vmatrix} x_B - x_A \\ z_B - z_A \end{vmatrix}$ soit $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A).\vec{\imath} + (z_B - z_A).\vec{k}$

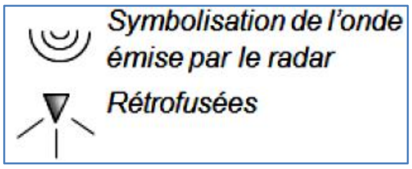
.

$W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P}.\overrightarrow{AB} = -m.g.\vec{k}.[(x_B - x_A).\vec{\imath} + (z_B - z_A)\vec{k}]$. On développe cette expression :

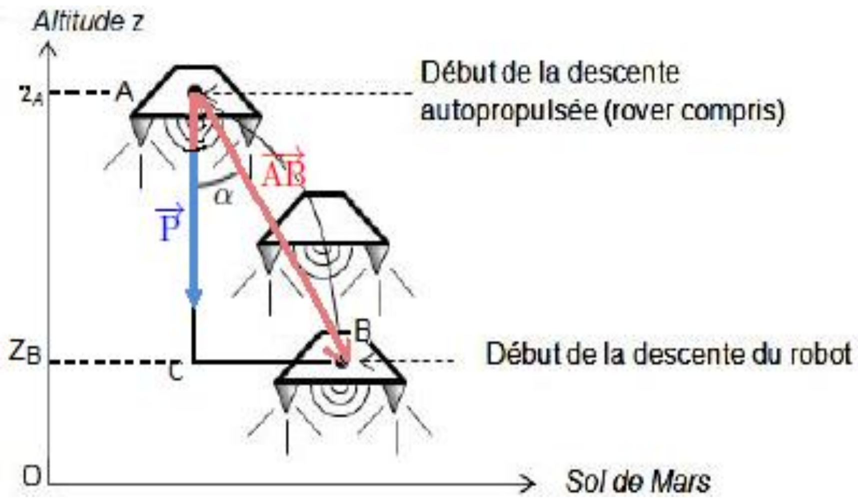
$W_{AB}(\vec{P}) = -m.g.(x_B - x_A).\vec{k}.\vec{\imath} - m.g.(z_B - z_A).\vec{k}.\vec{k} = 0 - m.g.(z_B - z_A)$. Or $\vec{k}.\vec{\imath} = 0$ et $\vec{k}.\vec{k} = 1$

$W_{AB}(\vec{P}) = -m.g.(z_B - z_A) =$ **$m.g.(z_A - z_B)$**





Remarque : Une **rétrofusée** est un moteur de fusée utilisé pour fournir une poussée opposée au sens de mouvement d'un véhicule spatial



1.3. Déterminer la valeur du travail du poids entre A et B et commenter son signe.

A.N : $g = 3{,}7$ m s^{-2} ; On admet que la masse m de l'étage de descente (rover compris) est à peu près constante lors de la descente et vaut environ $2{,}0\ 10^3$ kg ;

z_A (2 km d'altitude) soit $z_A = 2{,}0\ 10^3$ m ; z_B (20 m du sol) soit $z_B = 20$ m.

Le travail du poids est moteur en descente :

$W =$ **$mg(z_A - z_B)$** $= 2{,}0\ 10^3 * 3{,}7\ (2{,}0\ 10^3 - 20) = 1{,}465.10^7 \approx$ **$1{,}5\ 10^7$ J.**

1.4. Évolution de l'énergie mécanique de l'étage de descente.

1.4.1. Déterminer la valeur de l'énergie mécanique E_m de l'étage de descente au point A et au point B.

$E_m = E_C + E_{PP}$ où E_C est l'énergie cinétique et E_{PP} est l'énergie potentielle de pesanteur.

$E_m(A) = \frac{1}{2}.m.v_A^2 + m.g.z_A = \frac{1}{2} * 2{,}0 * 10^3 * 100^2 + 2{,}0.10^3 * 3{,}7 * 2.10^3 = 2{,}48 \times 10^7$ J = **2×10^7 J**

$E_m(B) = \frac{1}{2}.m.v_B^2 + m.g.z_B = = \frac{1}{2} * 2{,}0 * 10^3 * 0{,}75^2 + 2{,}0.10^3 * 3{,}7 * 20 = 1{,}49 \times 10^5$ J = **1×10^5 J**

1.4.2. L'énergie mécanique de l'étage de descente évolue-t-elle au cours du mouvement entre les points A et B ? Interpréter qualitativement ce résultat.

$E_m(B) < E_m(A)$, l'énergie mécanique diminue au cours de la descente. Une partie de cette énergie est dissipée sous forme de chaleur en raison des frottements subis par le système.

Par ailleurs, les forces de poussée, dues aux moteurs des rétrofusées, effectuent un travail résistant (W < 0), elles prennent de l'énergie au système.

2. Les secondes les plus longues de la mission.

À partir des données du document 1 et en faisant différentes hypothèses, estimer la durée Δt de la phase de descente du robot entre le moment où la grue commence à le descendre et son atterrissage sur le sol martien.

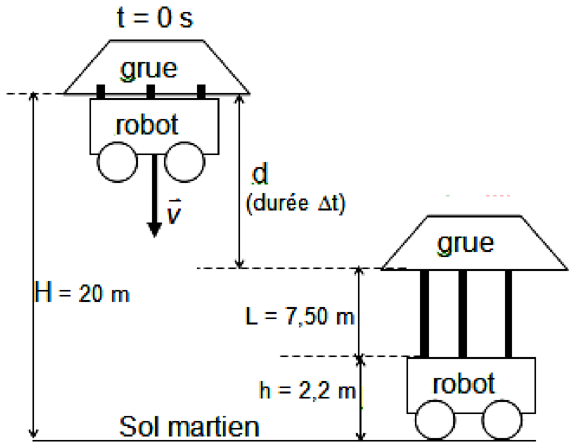
Toute initiative prise pour résoudre cette question, ainsi que la qualité de la rédaction explicitant la démarche suivie seront valorisées.

Estimer la durée Δt de la phase de descente du robot entre le moment où la grue commence à le descendre et son atterrissage martien.

A 20 m du sol, l'étage de descente a une vitesse de 0,75 m/s.
Il commence alors la descente du robot au bout de trois filins de 7,50 m. Hauteur du robot : 2,2 m

Hypothèse : la vitesse de l'étage de descente est constante, égale à 0,75 m/s. Les filins mesurent 7,50 m lorsque le rover touche le sol : l'étage descend donc de d = 20 - 7,5 - 2,2 = 10,3 m.

$\Delta t = \frac{distance}{vitesse} = \frac{10,3}{0,75} =$ 14 s.



3. Dégagement autopropulsé de l'étage de descente désolidarisé du rover.

Une fois le rover déposé, la poussée des moteurs augmente et propulse verticalement l'étage de descente jusqu'à une altitude de 50 m au-dessus du sol martien. L'étage s'incline alors d'un angle de 45° par rapport à l'horizontal et les moteurs se coupent.

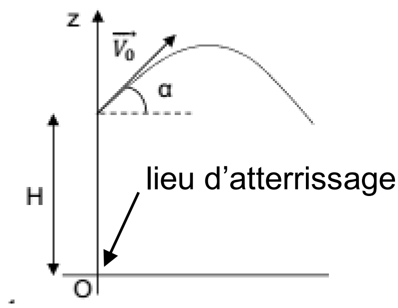
3.1. A partir du moment où les moteurs se coupent, justifier que le mouvement est une chute libre.

Un système est en chute libre lorsqu'il n'est soumis qu'à son poids $\vec{P}$; c'est-à-dire qu'à la force d'attraction gravitationnelle de Mars.

L'atmosphère martienne étant très ténue (imperceptible), on peut négliger les frottements face aux autres forces subies par l'étage de descente. Par ailleurs, les moteurs sont coupés et n'exercent donc plus de force de poussée. Donc l'étage de descente n'est soumis qu'à son poids, et se trouve donc en chute libre.

3.2. À l'aide des informations données sur l'équation de la trajectoire d'un mouvement de chute libre, déterminer la valeur de la vitesse initiale v_0 minimale permettant d'écarter l'étage de descente d'au moins 150 m du rover

Écarter l'étage de descente d'au moins 150 m du lieu d'atterrissage signifie que l'étage touche le sol martien **à plus de 150 m** de l'origine du repère donc **z(x) = 0 si x > 150 m.**
Avec H = 50 m.



Le point de chute P appartient à la trajectoire : ses coordonnées vérifient l'équation de la trajectoire.

$$z_P = -\frac{g.x_P^2}{2\,v_0^2.cos\,\alpha} + x_P\,.\,\tan\alpha + H$$

$$z_P\ (\text{pour } x = 150\text{ m}) = -\frac{g.x_P^2}{2\,v_0^2.cos\,\alpha} + x_P\,.\,\tan\alpha + H = 0$$

$$x.\tan\alpha + H = \frac{g.x_P^2}{2\,v_0^2.cos\,\alpha}$$

$$v_0^2 = \frac{g.x_P^2}{(x_P.tan\,\alpha + H).2.cos^2\alpha}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{g.x_P^2}{(x_P.tan\,\alpha + H).2.cos^2\alpha}}$$

A.N. : $v_0 = \sqrt{\frac{3,7\,.150^2}{(150.\tan 45° + 50) * 2 * cos^2 45°}} = 20,4\ m.s^{-1}$

v_0 = 20,4 $m.s^{-1}$

La vitesse v_0 doit être supérieure à cette valeur pour que x atteigne au moins 150 m.