EXERCICE RESOLU TEMPS ET RELATIVITE RESTREINTE

Application immédiate p : 218 n°4.

Compétences : Calculer. Extraire des informations.

Une particule a une durée de vie propre de 2,51 µs. Elle se déplace dans un référentiel galiléen (R) avec une vitesse constante ayant pour valeur v = 0,95 x c. Quelle est la durée de vie ΔT’ de cette particule mesurée par une horloge fixe dans le référentiel (R) ?

Correction :

Durée de vie propre : ΔT_o = 2,51 µs : durée entre la création et la désintégration du méson.

Durée de vie mesurée ΔT’ dans le référentiel (R) (en mouvement par rapport au référentiel lié au méson) :

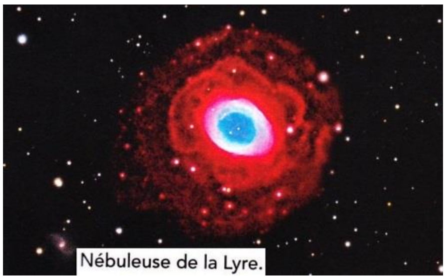
Dilatation des durée : ΔT’ > ΔT_o ; On a : $\Delta T' = \gamma \cdot \Delta T_o = \dfrac{\Delta T_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \dfrac{2{,}51.10^{-6}}{\sqrt{1-\frac{(0{,}95.c)^2}{c^2}}} = \dfrac{2{,}51.10^{-6}}{\sqrt{1-0{,}95^2}} = \dfrac{2{,}51.10^{-6}}{0{,}312} = 8{,}0 . 10^{-6}\ \text{s} = 8{,}0\ \mu\text{s}$.

La durée de vie mesurée de cette particule dans le référentiel (R) est de **ΔT’ = 8,0 µs.**

EXERCICE CORRECTION. Ch.8. p : 221 n°16. TEMPS ET RELATIVITE RESTREINTE

p : 221 n°16 : A chacun son rythme

Compétences : Calculer, raisonner ; exploiter une relation.


Nébuleuse de la Lyre.

Cet exercice est proposé à deux niveaux de difficulté. Dans un premier temps, essayer de résoudre l'exercice de niveau 2. En cas de difficultés, passer au niveau 1.

La nébuleuse de la Lyre est située à une distance d_R de 42 x 10^3 années de lumière du Soleil, cette distance étant mesurée dans le référentiel héliocentrique. On considère cette nébuleuse fixe par rapport au Soleil. Une sonde voyage à une vitesse de valeur constante et en ligne droite pour aller du Soleil à la nébuleuse de la Lyre. Une horloge, à bord de la sonde, indique une durée du voyage ΔT_s égale à 20 000 ans.

Le référentiel héliocentrique et celui lié à la sonde sont considérés galiléens.

Niveau 2 (énoncé compact)

Quelle est la valeur de la vitesse de la sonde dans le référentiel héliocentrique?

Niveau 1 (énoncé détaillé) : 1. La durée ΔT_s est-elle une durée propre ou mesurée? Justifier.

2. ΔT_R est la durée de parcours de la sonde dans le référentiel héliocentrique. Quelle est la relation entre ΔT_s et ΔT_R?

3. Quelle est la relation entre la distance parcourue d_R et la durée de parcours ΔT_R?

4. Calculer la valeur de la vitesse de la sonde dans le référentiel héliocentrique.

Données : Les durées propre ΔT_o et mesurée ΔT' sont reliées par $\Delta T' = \gamma.\Delta T_0$ où $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ avec v la valeur de la vitesse relative des horloges qui mesurent ΔT' et ΔT_o et c = 3,00 x 10^8 m .s^{-1}.

Correction :

1. La durée mesurée par l'horloge correspond à la durée entre :

Evènement A : le passage de la sonde au niveau du Soleil et

Evènement B : la sonde atteint la nébuleuse de la Lyre.

Le référentiel propre est le référentiel lié à la sonde.

Bilan de la situation :

• **référentiel lié à la sonde (référentiel propre)** :

– la durée du voyage est la durée propre : ΔT_0 notée ΔT_S = 20 000 ans.

Ces deux événements sont proches de l'horloge située à bord de la sonde : $\Delta T_0 = \Delta T_S$ est bien une durée propre.

• **référentiel héliocentrique**

– distance parcourue par la sonde : d_R

– vitesse de la sonde : v

– durée du voyage : ΔT’ notée ΔT_R

– $d_R = v \cdot \Delta T_R$

• **lien entre les durées :** $\Delta T' = \gamma.\ \Delta T_{0.}$ soit $\Delta T_R = \gamma.\ \Delta T_{S.}$

2. La durée ΔT_R est une durée mesurée (durée de parcours de la sonde dans le référentiel héliocentrique) avec:

$\Delta T_R = \Delta T' = \gamma.\Delta T_S$ avec $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ Dans cette formule, v est la valeur de la vitesse relative des horloges, c'est-à-dire la vitesse de la sonde dans le référentiel héliocentrique.

3. Relation entre la distance parcourue d_R et la durée de parcours ΔT_R : $\boxed{d_R = v.\ \Delta T_R}$ $\Delta T_R = \dfrac{d_R}{v}$

4. Valeur de la vitesse de la sonde dans le référentiel héliocentrique : $\Delta T' = \gamma.\Delta T_0$

$\Delta T_R = \gamma.\Delta T_S$ avec $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ soit $\boxed{\Delta T_R = \dfrac{\Delta T_S}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}}$ et $\boxed{\Delta T_R = \dfrac{d_R}{v}}$ donc $\dfrac{\Delta T_S}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \dfrac{d_R}{v}$. Il s’agit de tirer v de cette expression.

On élève au carré : $\Delta T_s^{\ 2} = \dfrac{\Delta T_S^{\ 2}}{1-\frac{v^2}{c^2}} = \dfrac{d_R^2}{v^2}$. On isole la vitesse v de cette expression : $v^2.\Delta T_S^{\ 2} = \left(1 - \frac{V^2}{C^2}\right).d_R^2$ soit :

$v^2.\Delta T_S^{\ 2} + \dfrac{V^2}{C^2}.d_R^2 = d_R^2$ soit $v^2\left(\Delta T_S^{\ 2} + \dfrac{d_R^2}{c^2}\right) = d_R^2$ soit $v^2 = \dfrac{d_R^2}{\left(\Delta T_S^{\ 2} + \frac{d_R^2}{c^2}\right)}$ soit $v^2 = \dfrac{d_R^2}{\frac{c^2.\Delta T_S^2 + d_R^2}{c^2}} = \dfrac{d_R^2.c^2}{c^2.\Delta T_S^2 + d_R^2}$. Il vient :

$\boxed{v = \dfrac{d_R.C}{\sqrt{c^2.\Delta T_S^2 + d_R^2}}}$ avec d_R = 42 x 10^3 a.l à convertir en mètre : d_R = 42.10^3 x 365,25 x 24 x 3600 x 3,00.10^8 m ;

ΔT_s = 20 000 ans que l’on convertit en s : ΔT_s = 20 000 x 365,25 x 24 x 3600 s ; c = 3,00.10^8 m.s^{-1}.

On en déduit : $\boxed{v = 2{,}7 \times 10^8\ \text{m.s}^{-1}}$