# Correction des exercices. Ch20 p : 533 n°24 : NUMERISATION DE L'INFORMATION

## *Pour aller plus loin.*

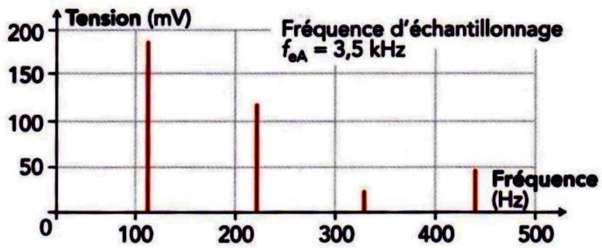
### p : 533 N° 24. Critère de Shannon et théorie de l'échantillonnage

**Compétences : Exploiter un graphique; interpréter un résultat.**

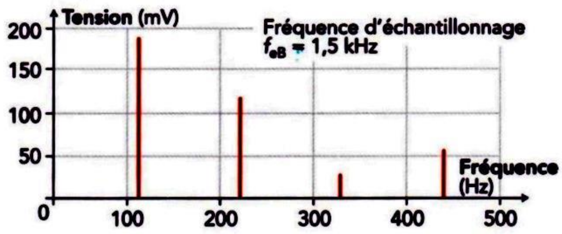
Un instrument de musique joue un La$_1$ de fréquence $f_1$ = 110 Hz. On en réalise quatre numérisations (A, B, C et D) en changeant uniquement la fréquence d'échantillonnage $f_e$. Les spectres en fréquences obtenus sont représentés ci-après.
Le dernier graphe montre le résultat de l'échantillonnage lors de la numérisation D.
D'après le critère de Shannon, la fréquence d'échantillonnage doit être au moins deux fois égale à la fréquence de l'harmonique de rang le plus élevé contenu dans le son à numériser pour ne pas altérer le signal.
On considère que la numérisation A est très fidèle au son émis par l'instrument.

1. Quelle est la fréquence d'échantillonnage utilisée lors de la numérisation D ?
2. Quel est la fréquence f de l'harmonique de rang le plus élevé contenu dans le La$_1$ joué par cet instrument ?
3. a. Comparer la fréquence d'échantillonnage à f pour chaque numérisation.
   b. Le critère de Shannon est-il vérifié ?
4. Est-il nécessaire d'augmenter indéfiniment la fréquence d'échantillonnage pour améliorer la numérisation d'un son ?

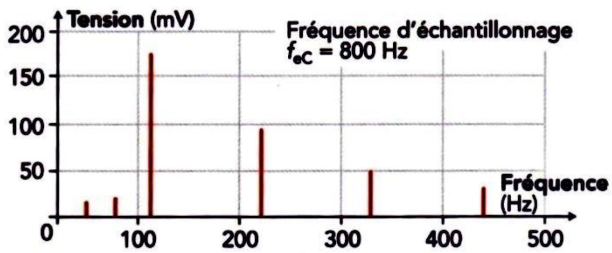
**Spectre en fréquences A**



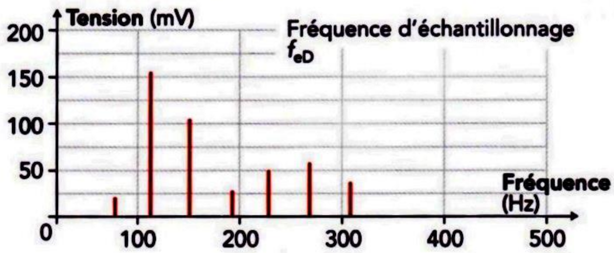

**Spectre en fréquences B**



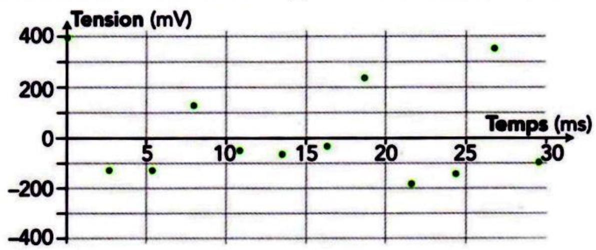

**Spectre en fréquences C**




**Spectre en fréquences D**




**Résultat de l'échantillonnage lors de la numérisation D**




1. **Fréquence d'échantillonnage utilisée lors de la numérisation D ?**
   11 périodes d'échantillonnage s'étendent sur 29 ms, soit une fréquence d'échantillonnage soit 11 $T_{eD}$ = 29 ms ⇔
   $T_{eD} = \frac{29}{11}$ = 2,6ms. Donc $f_{eD} = \frac{1}{T_{eD}}$ A.N. : $f_{eD} = \frac{1}{2,6 \times 10^{-3}}$ = 3,8.10$^2$ Hz.
2. **Quelle est la fréquence f de l'harmonique de rang le plus élevé contenu dans le La$_1$ joué par cet instrument ?**
   L'instrument a joué un la$_1$ : $f_1$ = 110 Hz. Cette fréquence est aussi celle du fondamental. L'énoncé précise que la numérisation de A est très fidèle. Ce n'est pas étonnant puisque la fréquence d'échantillonnage est la plus élevée.
   D'après le spectre en fréquences A, l'harmonique de rang le plus élevé (le quatrième) a une fréquence :
   $f_4 = 4 f_1$ = 4 x 110 = 440 Hz.
3. . **a. Comparer la fréquence d'échantillonnage à f pour chaque numérisation.**
   La fréquence de l'harmonique de rang le plus élevé est $f_4$ =440 Hz. D'après le critère de Shannon, le signal n'est pas altéré si $f_e \geq$ 880 Hz c'est-à-dire si $\frac{fe}{f} \geq 2$. Numérisation A : $\frac{f_{eA}}{f} = \frac{3,5 \times 10^3}{440}$ = 8,8 ; Numérisation B : $\frac{f_{eB}}{f} = \frac{1,5 \times 10^3}{440}$ = 3,5
   Numérisation C : $\frac{f_{ec}}{f} = \frac{800}{440}$ = 1,8 ; Numérisation B : $\frac{f_{eB}}{f} = \frac{370}{440}$ = 0,84.

   b. **Le critère de Shannon est-il vérifié ?**
   Le critère de Shannon est vérifié pour les numérisations A et B ; il ne l'est pas pour les numérisations C et D.

4. **Est-il nécessaire d'augmenter indéfiniment la fréquence d'échantillonnage pour améliorer la numérisation d'un son ?**
   On constate que le spectre en fréquences de la numérisation B est identique à celui de la numérisation A qui est très fidèle au son émis.
   Or, $f_{eB} < f_{eA}$ ; il est donc inutile d'augmenter indéfiniment la fréquence d'échantillonnage, car la qualité de la numérisation n'en est pas meilleure.
   En revanche, la taille du fichier correspondant à cette numérisation est d'autant plus grande que la fréquence d'échantillonnage est élevée, d'où une place pour le stocker plus importante.
   La fréquence sonore maximale perçue par l'oreille humaine est 20 kHz. On comprend que la fréquence d'échantillonnage des enregistrements audio est 44,1 kHz.